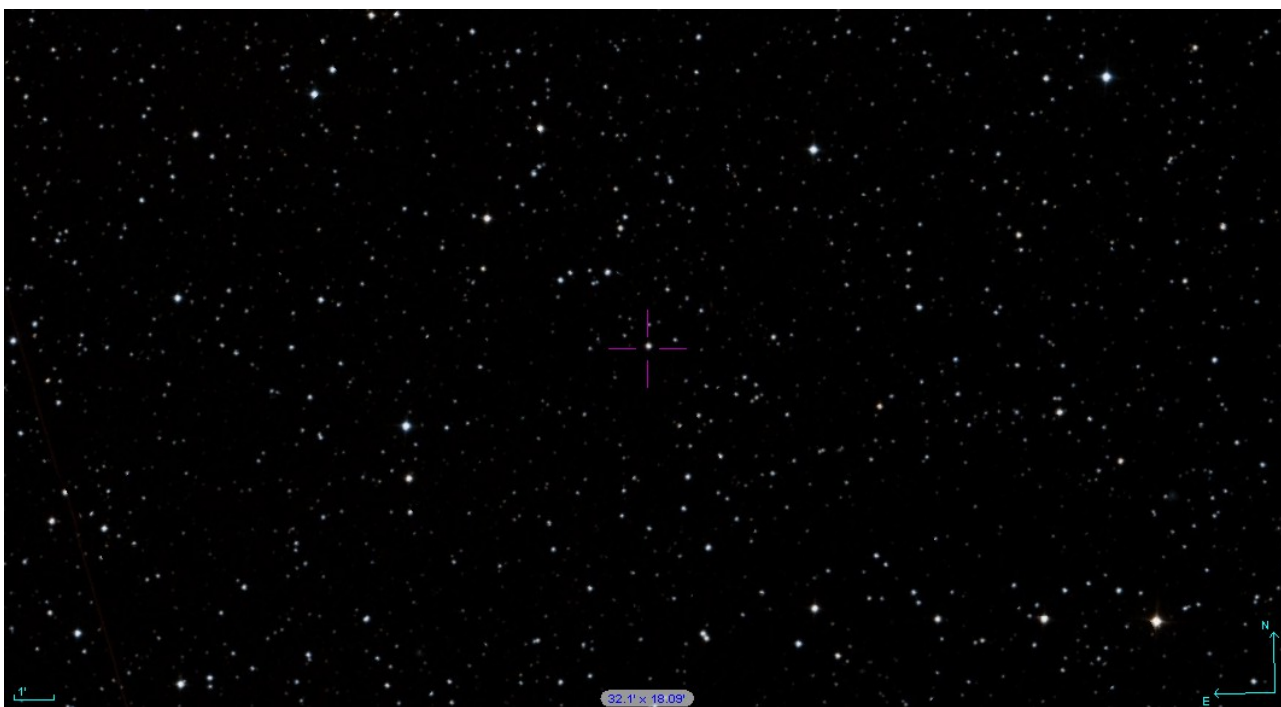


EXOPLANETER



Stjernen Qatar-1 har en (usynlig) planet kredsende om sig. (Kilde: Simbad-databasen.)

Michael Andrew Dolan Møller
Rosborg Gymnasium og Hf-kursus
Maj 2012.

Indholdsfortegnelse

1. Introduktion	2
2. Detektion af lys	2
Fotometri	3
Spektre	4
3. Planetbevægelsesmodeller	5
Radialhastighedsmetoden	5
Cirkulær bane	5
Ellipsebane	8
Numerisk analyse af radialhastighedsdata	10
Kørsel af programmet Exofit for PC-brugere	10
Transitmetoden	11
Planetens radius i forhold til stjernens radius	12
Bestemmelse af inklinationsvinkel	13
4. Exoplaneters atmosfærer	15
Temperaturen af en exoplanet	15
Flydende vand?	17
En kompliceret atmosfæremodel	17
Atmosfæren	20
Jordoverfladen	20
5. Fremtidens Missioner	21
6. Opgave: Radialhastighedskurven for HD121504b.	22
7. Projekt: Transitkurve samt analyse af Qatar-1b	22
8. Opgave: Temperaturen af en planet	23
9. Programmer, litteratur og data.	25.

Introduktion

Siden den første exoplanet blev opdaget i 1995 af Mayor og Queloz, er der til dags dato (marts 2012) fundet 763 exoplaneter; og der er derudover flere tusind kandidater, der mangler at blive endeligt bekræftet.¹

Dermed startede Mayor og Queloz en ny gren af astronomien, som man forventer store ting af – blandt andet kan vi lære at forstå, hvordan planetsystemer formes, i langt større detalje end vores nuværende viden, vi kan måske få dybere indsigt i forståelsen af livet, og endelig kan vi muligvis finde liv på en anden klode – et spørgsmål, som indtil nu kun har kunnet behandles af science fiction-forfattere.

I denne tekst lærer du at analysere data, så du kan finde radius, masse og banehældning af en exoplanet om dens stjerne, og du bliver i stand til at vurdere temperaturen af planetatmosfærer.

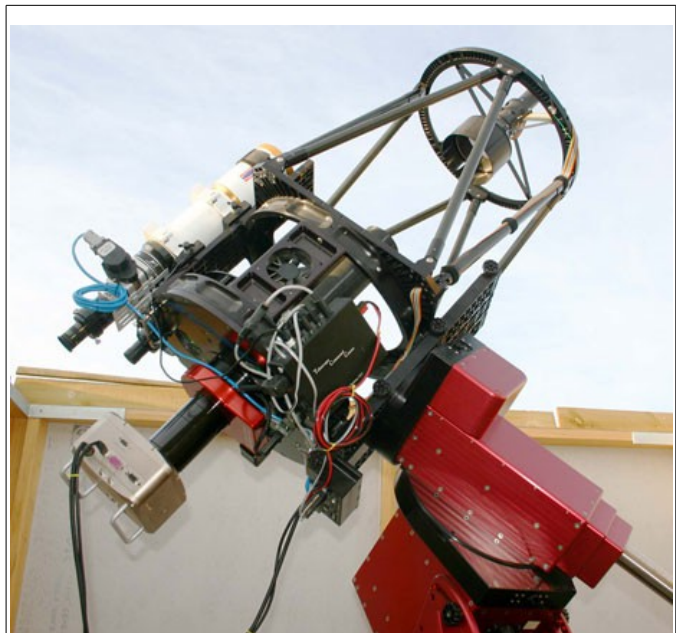
Detektion af lys

Den eneste måde, vi kan lære om indholdet af verdensrummet, er ved at måle på det lys, som stjerner, tåger, planeter mv udsender. Al information om for eksempel planetsystemer skal derefter trækkes ud af det lys, som samles op af observatøren. Det lyder jo som en formidabel opgave, men matematikken og lidt snilde kan hjælpe os med at løse denne opgave.

Uanset om man observerer et legeme fra Jorden eller fra en satellit, så er princippet det samme – man skal bruge et apparat til at indsamle lyset samt et apparat til at lagre lyset. Dertil bruger man en kikkert samt et digitalkamera. På figur 1 er et spejlteleskop vist. Lyset kommer ind øverst fra højre, rammer et stort, krumt spejl, hvorefter det reflekteres op i det lille spejl, som sidder monteret oppe i toppen af kikkerten. Derefter reflekteres lyset ned i det grå kamera nederst til venstre på billedet.

Fordelen ved at bruge en kikkert er, at man kan samle lys fra et stort areal, og dermed bliver det muligt at se lyssvage legemer – men bemærk at stjernerne er så langt væk, at det er ganske umuligt at bruge en kikkerts forstørrelsessevne til noget.

Når lyset rammer kameraets lysfølsomme område, CCD-detektoren, laver elektronikken det indkommende signal om til en række tal, som kan indlæses i en computer. Små tal svarer til små lysstyrker og store tal svarer til store lysstyrker. Disse tal kan man så analysere ved hjælp af computerprogrammer.



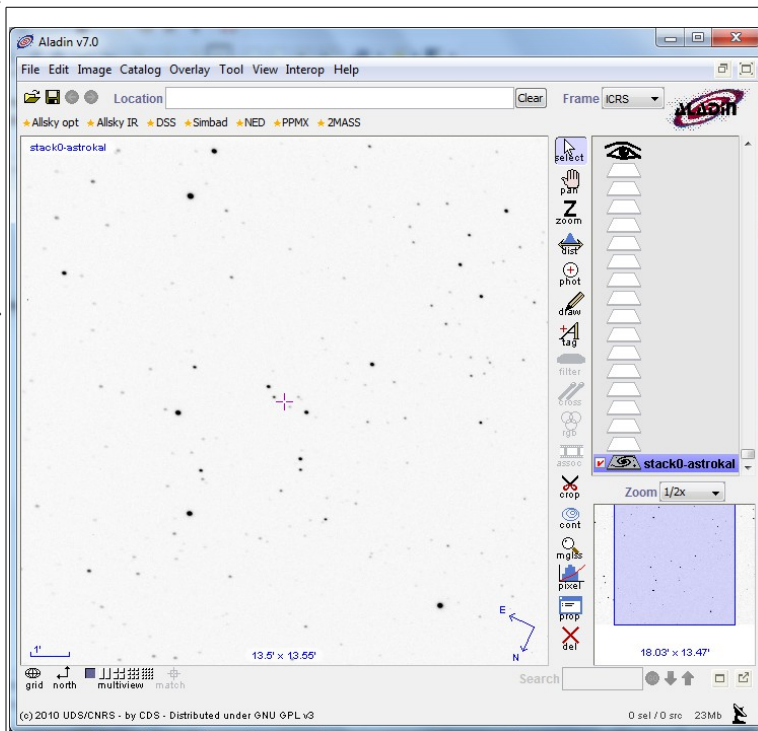
Figur 1. Et teleskop med en detektor anbragt i enden. Læg mærke til at det ikke er nødvendigt med et kikkertrør, såfremt man observerer på et mørkt sted. Kilde: www.southern-astro.com.au/

¹ Man kan følge med i opdagelserne på <http://exoplanet.eu>.

På figur 2 kan man se et billede af nogle stjerner, og et computerprogram har fortolket alle tallene om til et billede. Billedet er vist som et negativ.

Fotometri

Man kan nok tænke sig, at hvis lyset forstyrres på sin vej mod kameraet, kan det ødelægge kvaliteten af dataene. Dette sker i vid udstrækning, når lyset passerer ned gennem Jordens atmosfære, og derfor bruger astronomer satellitter til at foretage ultrapræcise målinger. Vi kan dog til en vis grad tage højde for atmosfærens indvirkning på lyset, hvis vi benytter os af en disciplin, der kaldes *differentialfotometri*, hvor vi anvender et logaritmisk mål for den målte lysstyrke og sammenligner lys fra flere stjerner.



Figur 2. Et billede af nogle stjerner, hvor der med sikkerhed er fundet en planet om en af stjernerne. (Qatar-1b.) Billedet er vist med programmet Aladin, og billedet er optaget af André van der Hoewen.

Betragt figur 3. Der er vist en stjerne, hvis lys vi ønsker at måle på.

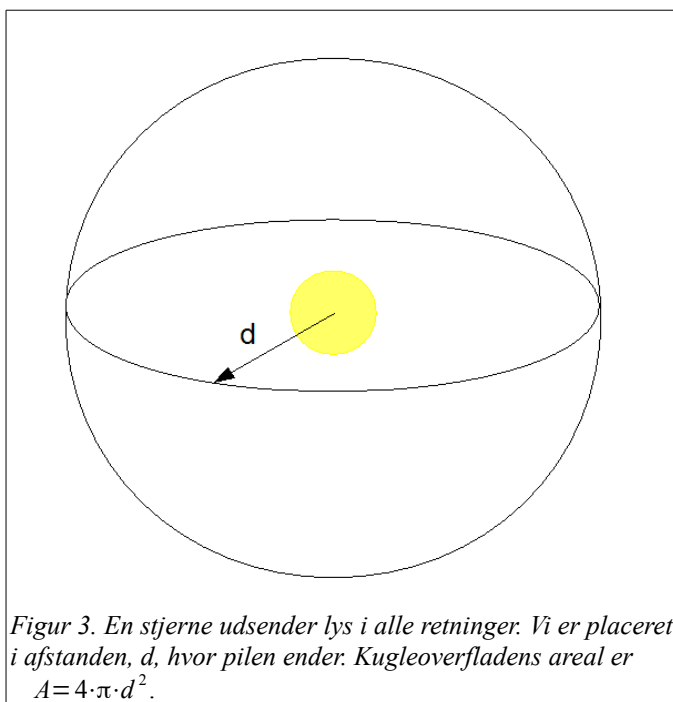
Stjernen antages, at sende lige meget lys ud i alle retninger, og hvis stjernens samlede effekt² kaldes L , vil en observatør i afstanden d modtage en intensitet³ $I(d) = \frac{L}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$.

Afhængigt af ens udstyr vil en observatør måle en flux⁴, f , som er proportional med $I(d)$.

Instrumentstørrelsesklassen defineres derefter som $m = -2,5 \cdot \log(f)$.

Denne størrelse afhænger af det anvendte udstyr, observationsstedet, stjernens højde over horisonten samt atmosfærens temperatur og sammensætning på observationstidspunktet.

Det interessante ved instrumentstørrelsesklassen er, at de parametre, der giver varierende instrumentstørrelsesklasser virker på samme måde for to forskellige stjerner, der observeres på samme tidspunkt, og det viser sig, at hvis man måler *forskelle* i instrumentstørrelsesklasser, så forsvinder bidraget fra disse parametre!



Figur 3. En stjerne udsender lys i alle retninger. Vi er placeret i afstanden, d , hvor pilen ender. Kugleoverfladens areal er $A = 4 \cdot \pi \cdot d^2$.

2 Astronomer kalder stjernens effekt for den *absolutte luminositet*.
 3 Astronomer kalder intensiteten, I , for den *tilsyneladende luminositet*.
 4 Flux vil vi her betragte som den målte effekt.

Eksempel

Vi mistænker en stjerne for at have en exoplanet om sig. Vi måler fluxen fra stjernen, og vi får $f_1=35671$. Stjernen ligger i et område, hvor der er andre stjerner. Intensiteten for en af de andre stjerner måles til $f_2=40982$.

Dermed bliver

$$m_1 = -2,5 \cdot \log(f_1) = -2,5 \cdot \log(35671) = -11,38$$

$$m_2 = -2,5 \cdot \log(f_2) = -2,5 \cdot \log(40982) = -11,53.$$

$$\underline{\underline{\delta m}} = -11,53 - (-11,38) = \underline{\underline{0,15}}.$$

En anden observatør vil måle forskellige m_1 - og m_2 -værdier, men forskellen, δm , vil være den samme.

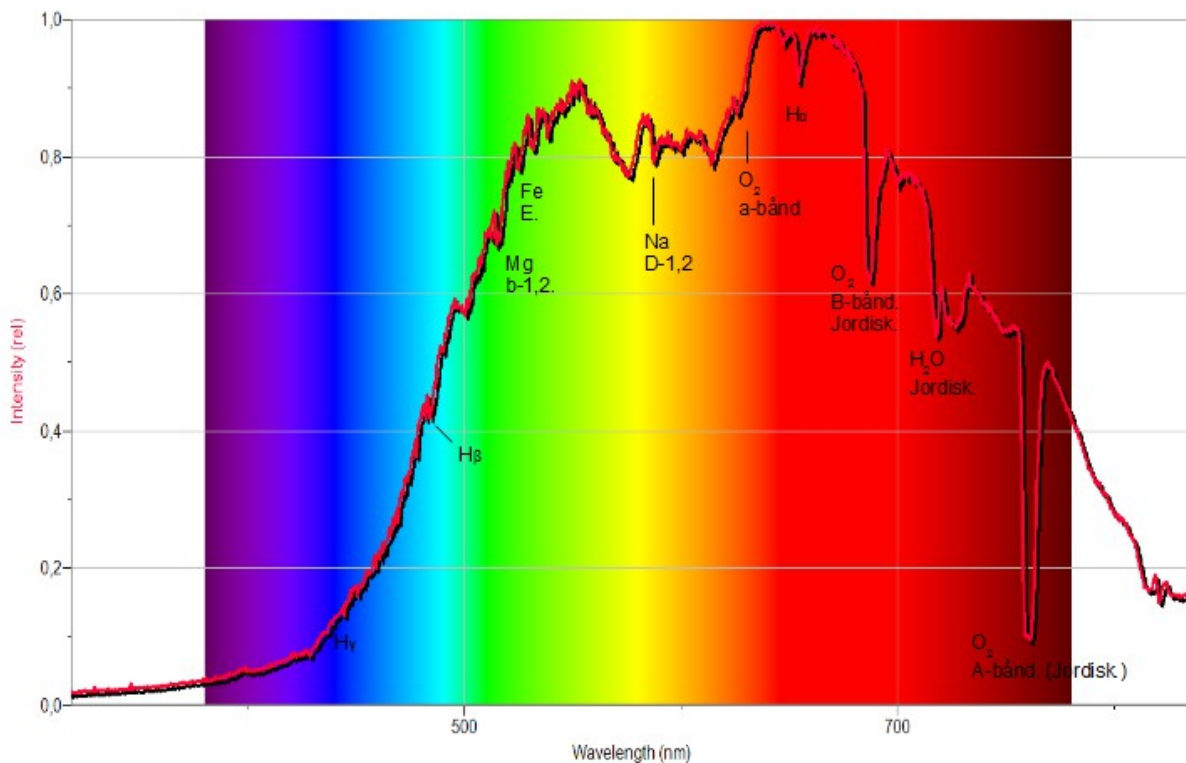
Vi skal altså have data fra mindst to stjerner, når vi vil finde δm , og den stjerne vi sammenligner med, skal være en meget lysstabil stjerne. I praksis måler man flere referencestjerner, for at være sikker på, at i hvert fald én af de målte stjerner sender et konstant signal.

Spektre

En nyttig måde at hente information fra lys på, er ved at sende lyset gennem et gitter, et prisme eller en kombination heraf – et såkaldt grisme. Vi kender fra fysikken, at hvis man sender lyset gennem et gitter, så vil lysets forskellige bølgelængder diffrakteres i forskellige retninger, og sammenhængen mellem gitterkonstant, bølgelængde og afbøjet vinkel er givet ved gitterformlen

$$\sin(\varphi) = \frac{n \cdot \lambda}{d}. \text{ Altså kan man finde bølgelængderne af det udsendte lys.}$$

Der findes færdige apparater, som direkte kan tegne spektret for en. Et eksempel på et sådant spektrum, kan se ud som vist på figur 4.



Figur 4. Et solspektrum taget fra Rosborg med Ocean Optics-spektroskopet.

Spektre kan altså bruges til at finde grundstoffer med, men man kan også benytte spektret samt Dopplereffekten til at måle stjernens hastighed i retningen mod os og væk fra os. Doppler fandt

frem til følgende sammenhæng: $v_{\text{radial}} = \frac{\lambda_{\text{målt}} - \lambda_{\text{lab}}}{\lambda_{\text{lab}}} \cdot c$. c angiver lysets hastighed, λ_i angiver de målte bølglængder i laboratoriet eller ude ved kikkerten, og v_{radial} angiver stjernens hastighed væk fra os. (Hvis $v_{\text{radial}} < 0$ bevæger stjernen sig imod os.)

Eksempel

Brint har en spektrallinie på 656,34nm. En observatør finder denne linie i et målt stjernespektrum og aflæser bølglængden til 656,5nm. Dermed må stjernens hastighed væk fra observatøren være:

$$v_{\text{radial}} = \frac{656,5 - 656,33}{656,33} \cdot 2,99792458 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 77,7 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

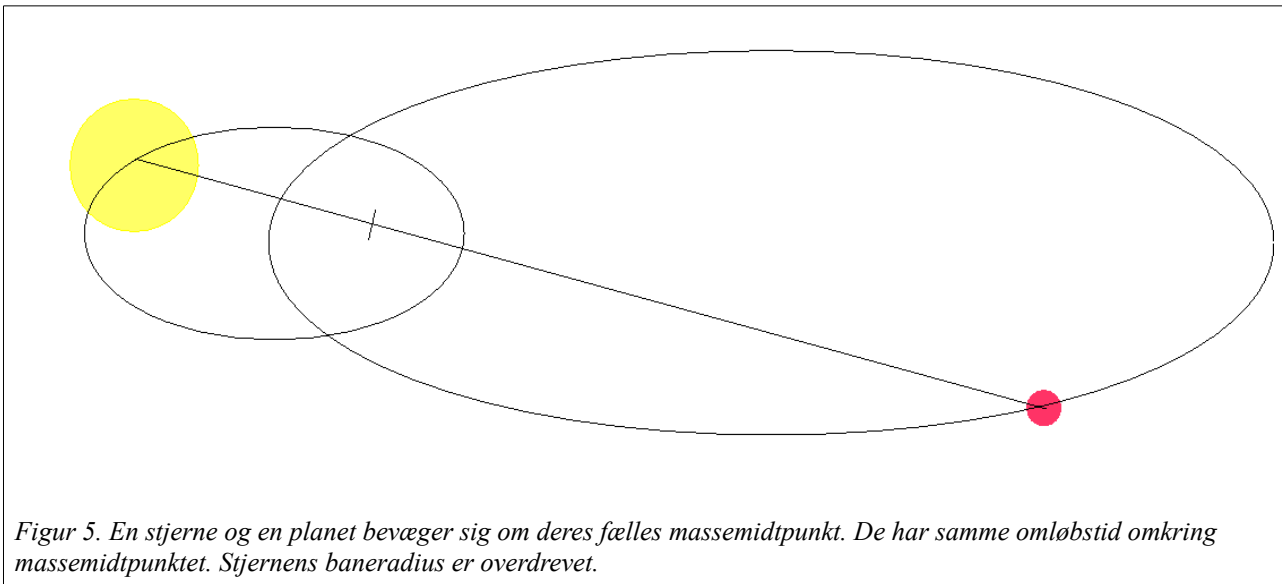
Ovenstående hastighed er ikke stjernens faktiske hastighed gennem verdensrummet, for vi kan med denne metode kun måle den del af hastigheden, der går i synsliniens retning. Man skal også huske på, at Jorden bevæger sig ca. 30km/s i sin bane omkring Solen, og at Solen heller ikke står stille.

Vi er nu i stand til måle hastigheder af stjerner samt måle lyskurver for stjerner. Dette er sammen med nogle passende matematiske modeller nok til at få bestemt masse og radius samt banehældning af en usynlig exoplanet. Nedenfor starter vi med at lave en model, hvor en stjernes radialhastighedsdata kan bruges til at veje en exoplanet.

Planetbevægelsesmodeller

Radialhastighedsmetoden – cirkulær bane

Ved hjælp af Dopplereffekten vil vi udlede en formel til at bestemme massen af en planet, som vi ikke direkte kan observere. Betragt figur 5.



Mellem stjernen med massen M , og massemidtpunktet er der afstanden R . Mellem planeten med massen m og massemidtpunktet er der afstanden r .

Vægtstangsreglen giver, at der altid gælder $m \cdot r = M \cdot R$.

Øvelse

Solens masse er $1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, Jupiters masse er $1,9 \cdot 10^{27} \text{ kg}$, og Jupiters middelf afstand til centrum af Solsystemet er $7,78 \cdot 10^{11} \text{ m}$.

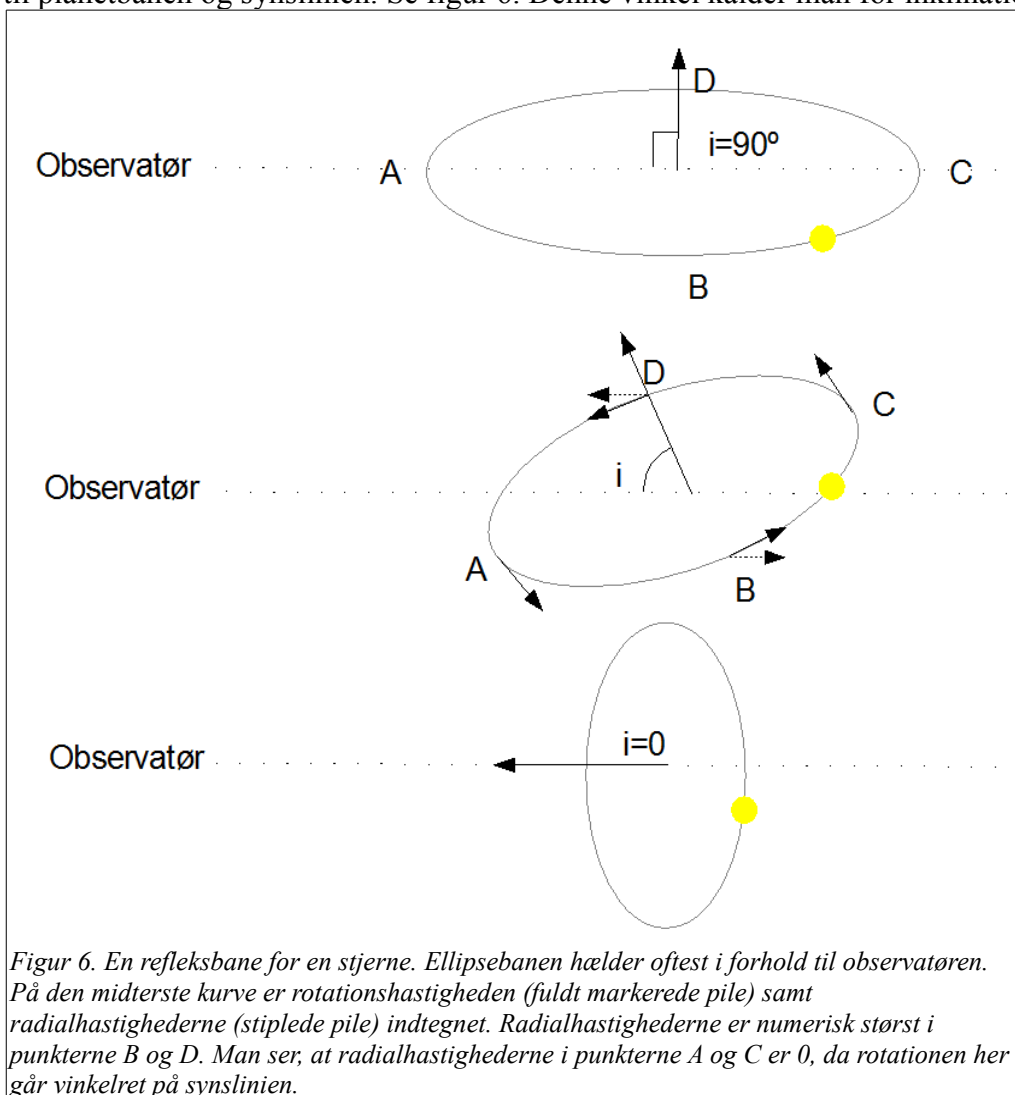
Beregn R for Solen.

Det var Johannes Kepler, der viste, at stjerner med tunge omkredsende planeter ikke stå stille.

Hvis du har haft vektorregning, kan du vise vægtstangsreglen, hvis du anvender formelen for massemidtunktet samt sætter origo for koordinatsystemet i massemidtunktet. Har du ikke haft vektorregning, må du nøjes med at acceptere formelen uden videre. Vægtstangsreglen indeholder den størrelse, vi leder efter – nemlig planetens masse m ; derfor vil vi bruge denne formel. De øvrige størrelser er ikke kendt, så dem skal have fundet på anden vis først.

I afsnittet om spektre på side 4-5 blev Dopplers formel postuleret: $v_{radial} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \cdot c$.

Når man betragter et stjerne/planetsystem, betragtes det normalt med en vis vinkel imellem normalen til planetbanen og synslinien. Se figur 6. Denne vinkel kalder man for inklinationen.



På figur 7 er punkt D på midterste tegning fra figur 6 indtegnet, så man ser vinkelret ind på banen. Ud fra figur 7 kan man se følgende sammenhæng mellem stjernens rotationsfart, v_{rot} , og stjernens maksimale radialhastighed, v_{rad} :

$$\frac{v_{rad}^{max}}{v_{rot}} = \sin(i) \Leftrightarrow v_{rot} = \frac{v_{rad}^{max}}{\sin(i)}$$

På figur 8 kan man læse den maksimale radialhastighed, v_{rad}^{max} som *amplituden*, og man kan aflæse stjernens (eller planetens) omløbstid på 1. akse.

Hvis betragtningsvinklen i er kendt, kan man altså bestemme stjernens rotationsfart. Men rotationsfarten indgår jo ikke i formlen for m , så vi skal nu manipulere vægtstangsreglen, så vi kommer frem til en brugbar sammenhæng.

For enkeltheds skyld antager vi, at planeten og stjernen bevæger sig i cirkelbaner omkring massemidtpunktet, og så får vi følgende sammenhænge:

$$v_{rot}^{stjerne} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T}$$

Vægtstangsreglen: $m \cdot r = M \cdot R$

$$\Rightarrow T \cdot v_{rot}^{stjerne}$$

Dvs. $m \cdot r = M \cdot \frac{T \cdot v_{rot}^{stjerne}}{2 \cdot \pi}$

Ovenfor har vi altså et udtryk, hvor stjernens rotationsfart indgår. Men planetens afstand, r , til stjernen indgår jo også, så vi skal have den erstattet af noget kendt. Til dette kan vi bruge Keplers 3. lov:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot (M_{stjerne} + m_{planet})}{4 \cdot \pi^2} \Leftrightarrow$$

$$r = \left[\frac{G \cdot (M_{stjerne} + m_{planet})}{4 \cdot \pi^2} \cdot T^2 \right]^{\frac{1}{3}}$$

Nu kan vi endelig sammenfatte vores formler. Dermed får vi:

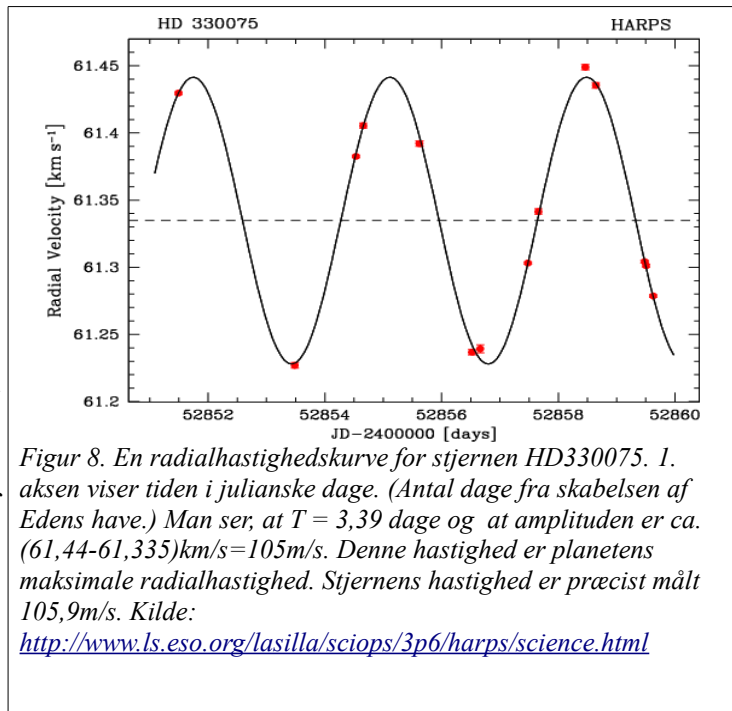
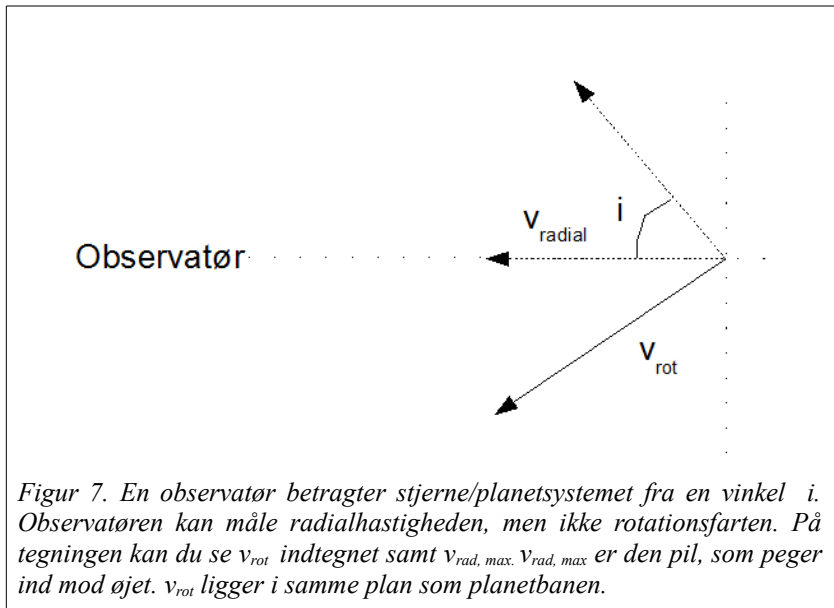
$$m = \frac{T \cdot v_{rot}^{stjerne}}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot M \wedge v_{rot}^{stjerne} = \frac{v_{rad}^{max}}{\sin(i)} \wedge r = \left[\frac{G \cdot (M_{stjerne} + m_{planet})}{4 \cdot \pi^2} \cdot T^2 \right]^{\frac{1}{3}} \Rightarrow$$

$$m = \frac{T \cdot v_{rad}^{max}}{\sin(i) \cdot 2 \cdot \pi \cdot r} \cdot M \wedge r \approx \left[\frac{G \cdot M_{stjerne}}{4 \cdot \pi^2} \cdot T^2 \right]^{\frac{1}{3}}, \text{ da } m \ll M \Rightarrow$$

$$m \cdot \sin(i) = \frac{T \cdot v_{rad}^{max} \cdot M}{2 \cdot \pi \cdot \left[\frac{G \cdot M_{stjerne}}{4 \cdot \pi^2} \cdot T^2 \right]^{\frac{1}{3}}} \Leftrightarrow$$

$$m \cdot \sin(i) = v_{rad}^{max} \cdot \left[\frac{T \cdot M^2}{2 \cdot \pi \cdot G} \right]^{\frac{1}{3}}$$

Bemærk, at vi ved at måle den maksimale radialhastighed samt omløbstid for banen kan bestemme



$m \cdot \sin(i)$, såfremt vi kender stjernens masse! Heldigvis er stjernemasser noget, astrofysikere arbejder med, og ved at betragte stjernens spektrum, kan de fortælle, hvad stjernerne vejer. For at finde planetens eksakte masse, er det også nødvendigt at kende inklinationen, og den vil transitmetoden som beskrevet på s. 10 hjælpe os med at finde.

Eksempel. Stjernen 51 Pegasi.

Den første exoplanet, man fandt, var omkring stjernen 51 Pegasi. Den hedder 51 Peg b. Man fandt følgende:

$T=4,23$ døgn.

$M=1M_{\text{Sol}}$. Denne størrelse blev bestemt ved at finde ud af stjernens type.

$v_{\text{rad, max}}=56,1$ m/s.

Inklinationen er ret dårligt bestemt til $i=79^\circ \pm 30^\circ$.

Tallene sættes ind i (6):

$$m \cdot \sin(i) = v_{\text{rad}}^{\text{max}} \cdot \left[\frac{T \cdot M^2}{2 \cdot \pi \cdot G} \right]^{\frac{1}{3}} = 56,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \left(\frac{4,23 \text{ dage} \cdot 86400 \text{ s/dage} \cdot (1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg})^2}{2 \cdot \pi \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}} \right)^{\frac{1}{3}} = 8,48 \cdot 10^{26} \text{ kg}.$$

Ovenstående masse er 45% af Jupiters masse. Hvis vi vælger $i = 79^\circ$ får vi en masse på 0,44 jupitermasser, men i er som sagt yderst dårligt bestemt.

Øvelse. HD330075b.

Planeten HD330075b har en periode på $T=3,39$ dage.

$v_{\text{rad, max}} = 105,9$ m/s.

$M = 0,7 \pm 0,1 M_{\text{sol}}$.

i er ukendt.

Vis at $m \cdot \sin(i) = 0,62 \cdot M_{\text{Jupiter}}$.

Planeten er i øvrigt 0,039AU fra stjernen. Til sammenligning er Merkur 0,3871AU fra Solen.

Radialhastighedsmetoden - ellipsebane

Vores formel gjaldt jo kun for baner, der var cirkulære. I virkeligheden er banerne ofte ganske ellipseformede, og derfor skal man for det generelle tilfælde bruge en anden formel. Den vil vi ikke udlede, da matematikken er ret uoverkommelig. Derfor postuleres den nedenfor. Man skal lave en parametertilpasning til målte data, og i dette tilfælde er det ganske indviklet, så det må vente til universitetsstudierne.

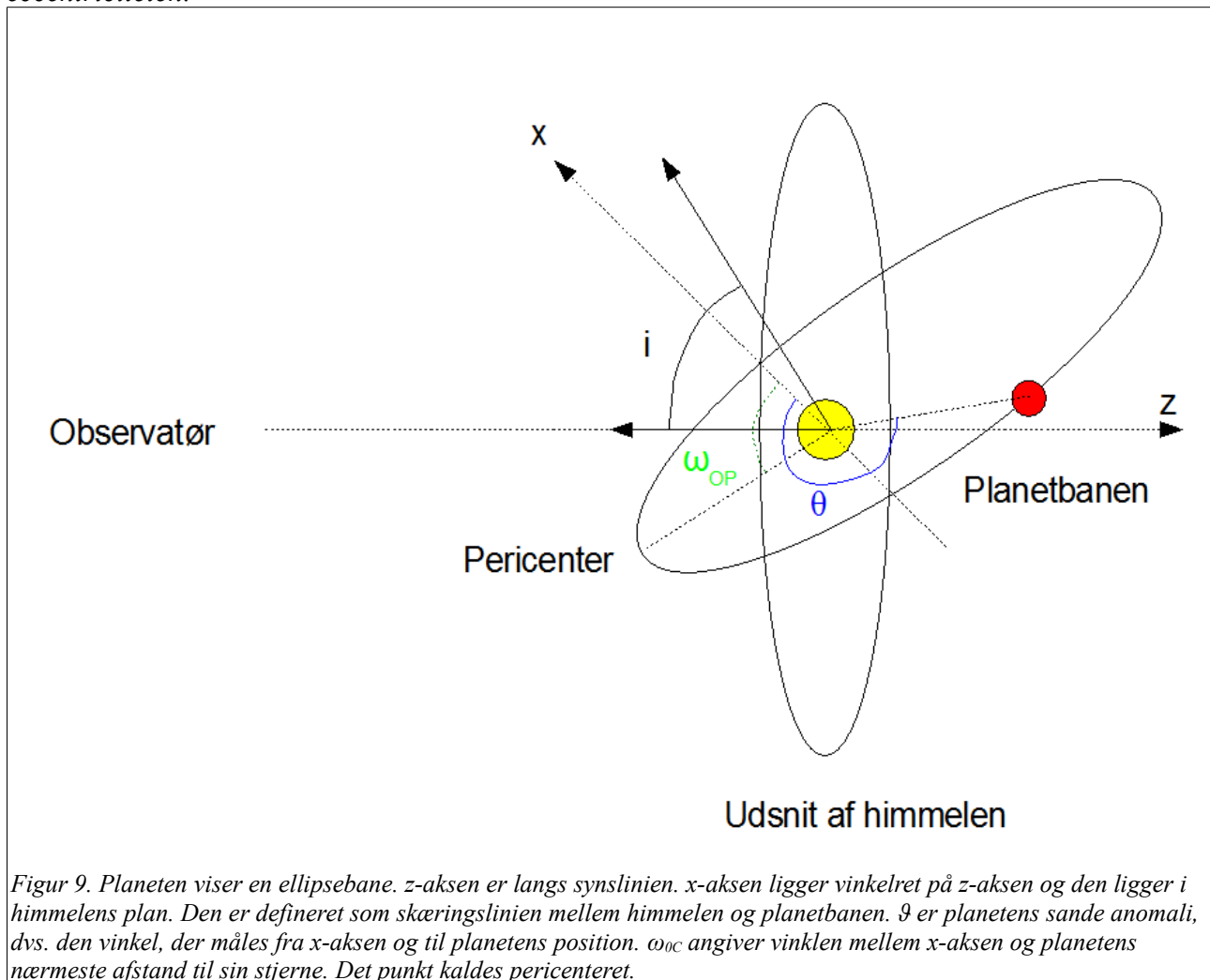
Betragt figur 9 på næste side. Den viser en planetbane, som er ellipseformet, og banens storakse ligger tilfældigt anbragt i rummet. Banen har en inklination, i , med himmelplanet. *Den sande anomali*, θ , angiver planetens placering i sin bane.

Vi betragter altså det generelle tilfælde for en planetbane, såfremt den bevæger sig i en ellipsebane. Dette er en god antagelse, såfremt gravitationspåvirkningen fra eventuelle naboplaneter er nul. Hvis naboplaneter påvirker planetbanen, skal man ty til såkaldte numeriske Nbody-simuleringer, hvilket er en indviklet disciplin.

Bemærk, at vi slet ikke kan se ellipsebanen – ikke engang med de største kikkerter i verden. Vi har altså lavet en matematisk model af virkeligheden, og modellen indeholder flere parametre, som man kan manipulere med, indtil modellen giver resultater, der passer med analyse af det lys, som vi modtager fra systemet.

Hidtil har vi set på stjernens refleksbane – tegningen viser planetens bane. Man kan vise, at planetbanens ellipseform er den samme som stjernens ellipseform. Ellipseformen anføres ved tallet

$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$, hvor b er banens lilleakse, og a er banens storakse. Parameteren, e , har navnet *eccentriciteten*.



Figur 9. Planeten viser en ellipsebane. z-aksen er langs synslinien. x-aksen ligger vinkelret på z-aksen og den ligger i himmelens plan. Den er defineret som skæringslinjen mellem himmelens og planetbanen. θ er planetens sande anomali, dvs. den vinkel, der måles fra x-aksen og til planetens position. ω_{OP} angiver vinklen mellem x-aksen og planetens nærmeste afstand til sin stjerne. Det punkt kaldes pericenteret.

Astronomer har på baggrund af tegningen ovenfor udledt en formel til at bestemme planetmassen, og den formel er

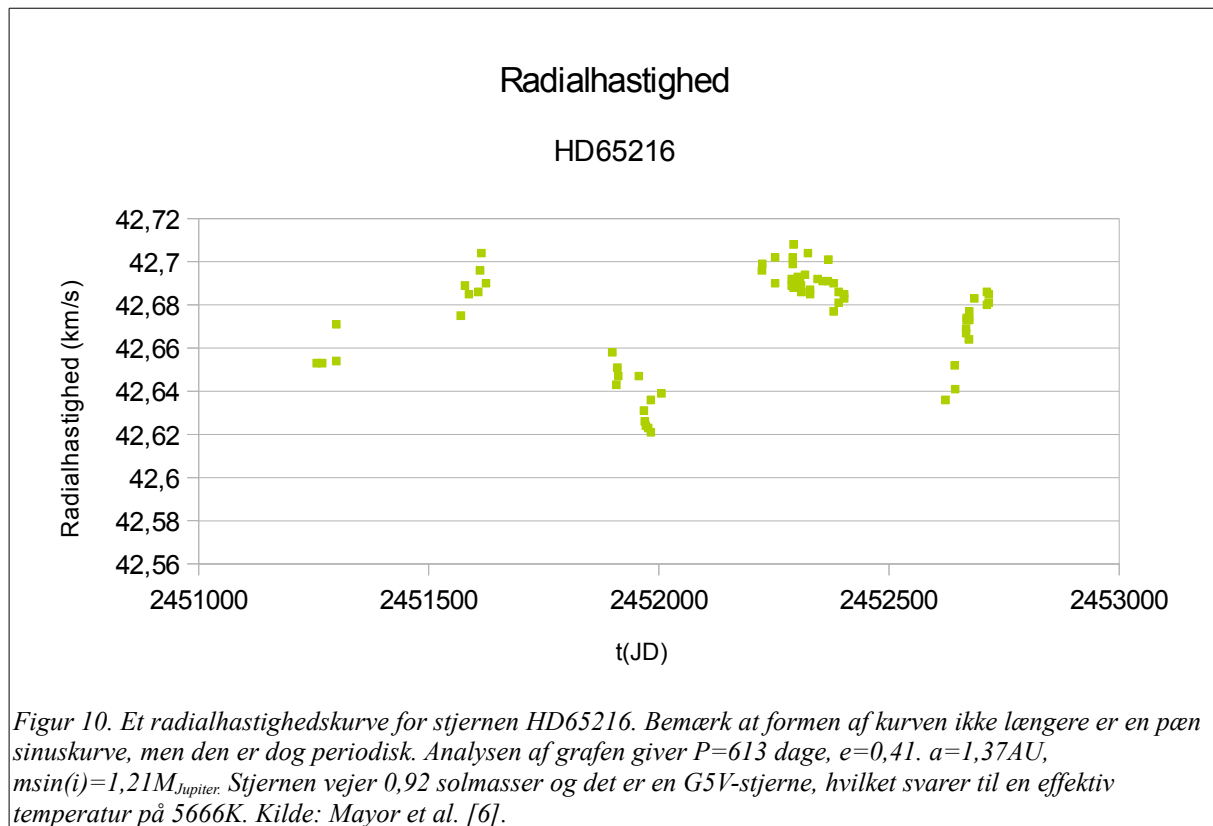
$$v(t) = v_{0,z} + \frac{2 \cdot \pi \cdot a \cdot m \cdot \sin(i)}{(m+M) \cdot T \cdot \sqrt{1-e^2}} \cdot [\cos(\theta(t) + \omega_{OC}) + e \cdot \cos(\omega_{OC})].$$

Ovenfor er stjernens radialhastighed, v , a er planetens halve storakse, T er planetens omløbstid, m er planetens masse, og de andre størrelser er defineret i teksten til figur 9.

Den lidt indviklede formel er delt ind i flere dele. $v_{0,z}$ er stjernens almindelige hastighed væk fra/imod Jorden. (Fordi både Jord, Sol og stjerne bevæger sig.) Det næste led er den del af stjernens hastighed, der skyldes planetens trækken i den. Vi ser, at det er en harmonisk svingning, og den består af parametrene a , m , T , e , ω_{OC} , $\sin(i)$ og M . M kan astrofysikere levere, resten skal vi finde ud fra en serie $(t, v(t))$ -målinger.

Den sande anomali, $\theta(t)$, er svær at finde direkte, men man kan beregne den såkaldte middelanomali ved at kende perioden og eccentriciteten af banen. Derefter kan den sande anomali beregnes. Det

næste problem opstår, når man skal tilpasse formlen til måledataene – der er mange parametre, og så viser et kompliceret problem sig, nemlig at der kan være mere end en løsning på tilpasningen! Det er jo problematisk, da man dermed ikke ved, hvilken løsning, der er den korrekte.



Det vi kan gøre, er, at aflæse amplituden og perioden på vores graf – men de oplysninger, der er gemt i selve *formen* af grafen, kræver en nøjere analyse. Formen af grafen giver eccentriciteteten, e , og den er altså umulig at udregne analytisk. Derfor må vi få den oplyst af andre eller foretage en numerisk analyse ved hjælp af programmer, som er skrevet af andre.

Numerisk analyse af radialhastighedskurver

Sreekumar Thaithara Balan & Ofer Lahav har skrevet et computerprogram, *Exofit*, der kan anvendes til at analysere komplicerede radialhastighedskurver. Man kan downloade programmet på linket i kilde [9]. Programmet er skrevet i et såkaldt kildetekstformat, dvs. det er skrevet i C++, og det skal oversættes til et computersprog, ens computer kan forstå. Har man en linux-maskine bør programmet kunne installeres på sædvanlig vis. Har man en PC, kan man installere linux-systemet *Cygwin* på sin pc. Indefra *Cygwin* kan man oversætte programmet til et almindeligt Microsoft-program, der kan køres fra en kommandoprompt. *Cygwin* kan downloades via linket i kilde [10].

På websiden <http://astro-gym.dk> findes et arkiv ”Exoplaneter.zip”, hvor en version af programmet til Windows 7 kan findes. Den kan man anvende, hvis *Cygwin* virker for uoverskueligt.

Kørsel af programmet Exofit for PC-brugere

Man skal lave en mappe på sin PC, hvor *exofit.exe* skal ligge. I det følgende antages, at denne mappe er døbt *radialhastighed*. Ligeledes skal systemet vide hvor filen *cygblas-0.dll* er anbragt. (Kopier den f.eks. fra *Exoplaneter.zip*-arkivet ind i din *system32*-mappe.)

I mappen *radialhastighed* skal *exofit.exe* naturligvis ligge, men derudover skal man også lægge en

tekst-fil med radialhastighedsdataene. Disse data skal være *punktumseparerede*. Normalt bruger man i Danmark jo komma til at separere decimaler, men programmet kræver den engelske konvention. Hvis man har en hastighed på f. eks. 760,4 m/s skal der altså stå 760.4 i filen. Formen på filen skal være en søjle med observationsdagen og enheden skal være i dage, en søjle med hastighederne, hvor enheden skal være m/s, og endelig en søjle med usikkerheden på hastighederne, som ligeledes skal være i enheden m/s.

Det er også en god ide at have R-filen `orbit_plot.R` i samme mappe, så alt er samlet, når man skal lave statistik på parametrene.

I mappen kan man også lægge filen *state.dat*. I den kan man variere de intervaller, som programmet leder efter parametre i. Se mere i dokumentationen til Exofit. [9].

Man kører programmet ved at åbne en kommandoprompt (skriv `cmd` og tryk på ENTER), bevæge sig hen til mappen med `program+data`. (For eksempel kan man skrive `cd c:\radialhastighed`, hvis det er der man har oprettet mappen.) Endelig skriver man *exofit DATAFIL* hvor DATAFIL skal være navnet på den tekstfil, hvori radialhastighederne er anført. Dernæst ventes et stykke tid. På en 2,26GHz Core2-processor tager en kørsel typisk ca. 30 minutter, såfremt man kører med 50% cpu-reservation til processen. (Ved kun at køre med 50% belastning kan maskinen også bruges til andre formål, mens der regnes.)

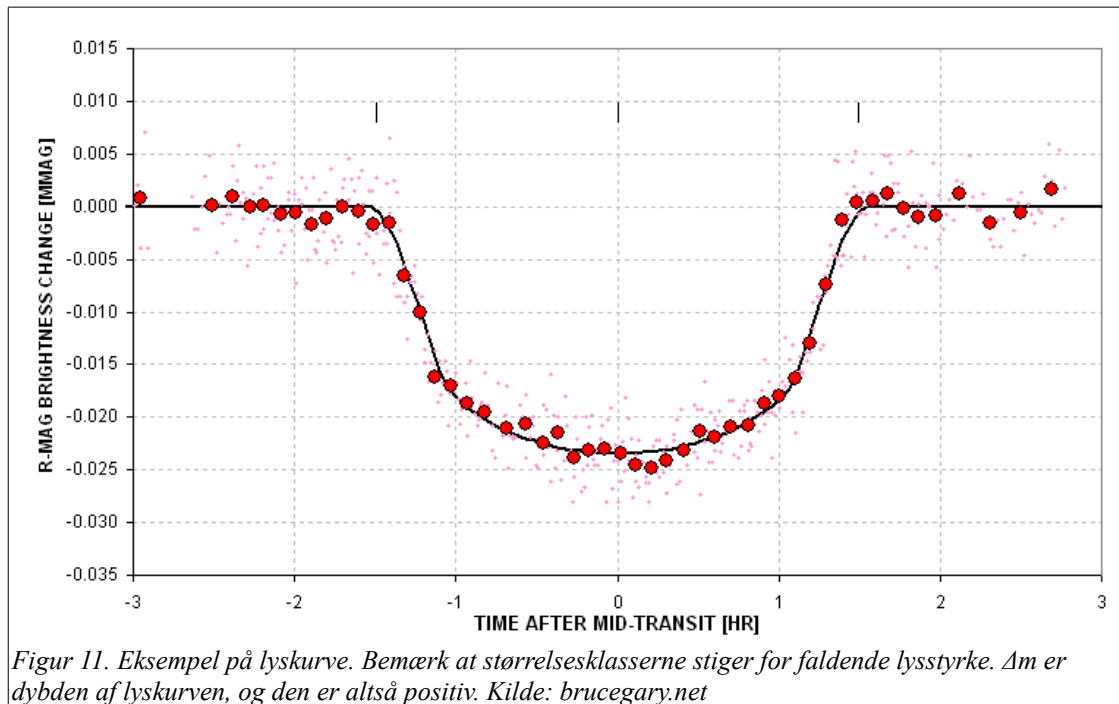
Når exofit er færdig med at søge efter parametre, skal kvaliteten af de fundne værdier undersøges. Til dette har forfatterne skrevet et script, der hedder *orbit_plot.R*. Dette script virker kun i det statistikprogram, der hedder R. Programmet er gratis, og det kan downloades via linket i kilde [11]. Programmet findes til både Linux, Windows og Mac. Anvendelsen af programmet kan du læse mere om i kilde [9].

Transitmetoden

Ved at måle luminositeten af en stjerne, som funktion af tiden, kan man finde ud af om der kredser en planet rundt om den – såfremt planeten skygger for stjernens lys, når den kredser om stjernen. Man kan også anvende kurven til at bestemme planetbanens inklinationsvinkel samt dens radius. Lyskurver er altså meget nyttige kilder til at få information om exoplaneter.

Man skal normalt tage højde for atmosfærens spredning/absorption af lys, og det gør vi ved at sammenligne stjernens luminositet med flere referencestjerner – det viser sig nemlig, at man med god tilnærmelse kan antage, at den relative ændring i det modtagne lys fra en stjerne er ens for forskellige stjerner.

En lyskurve er altså en $(t, \delta m)$ -graf, hvor $\delta m = m_{\text{instrument}} - m_{\text{reference}}$. Et eksempel på en sådan kurve er vist på figur 11.



Planetens radius i forhold til stjernens radius

Når stjernens lys ikke delvist spærres af planeten, udsendes fluxen F . I transitten, altså når planeten dækker for lidt af stjernens lys, udsendes fluxen F_t . Vi måler jo størrelser, der er proportionale med både F og F_t , så de er kendte. Herunder sammenkædes de to målte størrelser med planetens- og stjernens radius

$$\Delta F_{rel} = \frac{F - F_t}{F} = 1 - \frac{F_t}{F} = 1 - \frac{(A_{stjerne} - A_{planet}) \cdot I}{A_{stjerne} \cdot I} = 1 - \frac{A_{stjerne} - A_{planet}}{A_{stjerne}} = \frac{A_{planet}}{A_{stjerne}} = \frac{\pi \cdot R_{planet}^2}{\pi \cdot R_{stjerne}^2} = \left(\frac{R_{planet}}{R_{stjerne}}\right)^2.$$

I betegner den effekt/areal, som udstråles fra stjernens overflade, og A er overfladearealet af hhv. stjernen og planeten. (Altså den skive af stjernen/planeten, som vender mod os.)

Udtrykt i instrumentstørrelsesklasser, m_i , fås

$$m_{stjerne} = -2,5 \cdot \log(f_{stjerne}) \wedge m_{ref} = -2,5 \cdot \log(f_{ref}) \wedge f_i = F_i \cdot \alpha \Leftrightarrow$$

$$\delta m_{stjerne} = m_{stjerne} - m_{ref} = -2,5 \cdot \log(f_{stjerne}) - (-2,5 \cdot \log(f_{ref})) = -2,5 \cdot \log\left(\frac{f_{stjerne}}{f_{ref}}\right) \Leftrightarrow$$

$$\delta m_{stjerne} = -2,5 \cdot \log\left(\frac{F_{stjerne} \cdot \alpha}{F_{ref} \cdot \alpha}\right) = -2,5 \cdot \log\left(\frac{F_{stjerne}}{F_{ref}}\right).$$

Ovenfor angiver α den brøkdel af stjernens sande flux, som opfanges af observatoriet. Eftersom referencestjernen og stjernen med planeten er optaget på nøjagtigt samme tidspunkt, må brøkdelen være ens for de to stjerner.

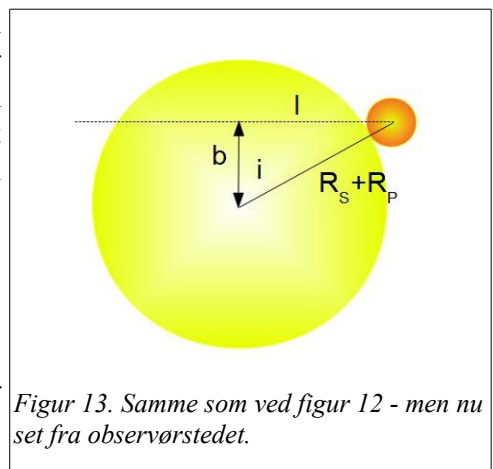
Tilsvarende udtryk kan skrives op, når man på et andet tidspunkt observerer stjernen, når planeten er i transit. Her vil atmosfæren pga. det skiftende vejr mv tillade en anden brøkdel, β , af lyset at passere, men det vil stadigvæk være ens for de to stjerner. Dvs.

$$\begin{aligned} \delta m_{transit} &= -2,5 \cdot \log\left(\frac{F_{transit} \cdot \beta}{F_{ref} \cdot \beta}\right) = -2,5 \cdot \log\left(\frac{F_{transit}}{F_{ref}}\right) \wedge \delta m_{stjerne} = -2,5 \cdot \log\left(\frac{F_{stjerne} \cdot \alpha}{F_{ref} \cdot \alpha}\right) = -2,5 \cdot \log\left(\frac{F_{stjerne}}{F_{ref}}\right) \Leftrightarrow \\ \Delta m &= \delta m_{transit} - \delta m_{stjerne} = -2,5 \cdot \left(\log\left(\frac{F_{transit}}{F_{ref}}\right) - \log\left(\frac{F_{stjerne}}{F_{ref}}\right)\right) = -2,5 \cdot \log\left(\frac{F_{transit}/F_{ref}}{F_{stjerne}/F_{ref}}\right) \Leftrightarrow \\ \Delta m &= \delta m_{transit} - \delta m_{stjerne} = -2,5 \cdot \log\left(\frac{F_{transit}}{F_{stjerne}}\right) \wedge 1 - \frac{F_{transit}}{F_{stjerne}} = \left(\frac{R_{planet}}{R_{stjerne}}\right)^2 \Leftrightarrow \\ 10^{\frac{-\Delta m}{2,5}} &= \frac{F_{transit}}{F_{stjerne}} \wedge 1 - \frac{F_{transit}}{F_{stjerne}} = \left(\frac{R_{planet}}{R_{stjerne}}\right)^2 \Leftrightarrow \\ \frac{R_{planet}}{R_{stjerne}} &= \sqrt{1 - 10^{\frac{-\Delta m}{2,5}}}. \end{aligned}$$

Man kan altså sammenfatte ovenstående som følger: Man måler den maksimale dybde af lyskurven, talværdien er positiv. Derefter indsættes i formlen ovenfor, og hvis man kender stjernens radius – den kan astrofysikere normalt levere, har man altså fundet radius af planeten; og det selvom planeten er usynligt for os.

Planetbanens inklination

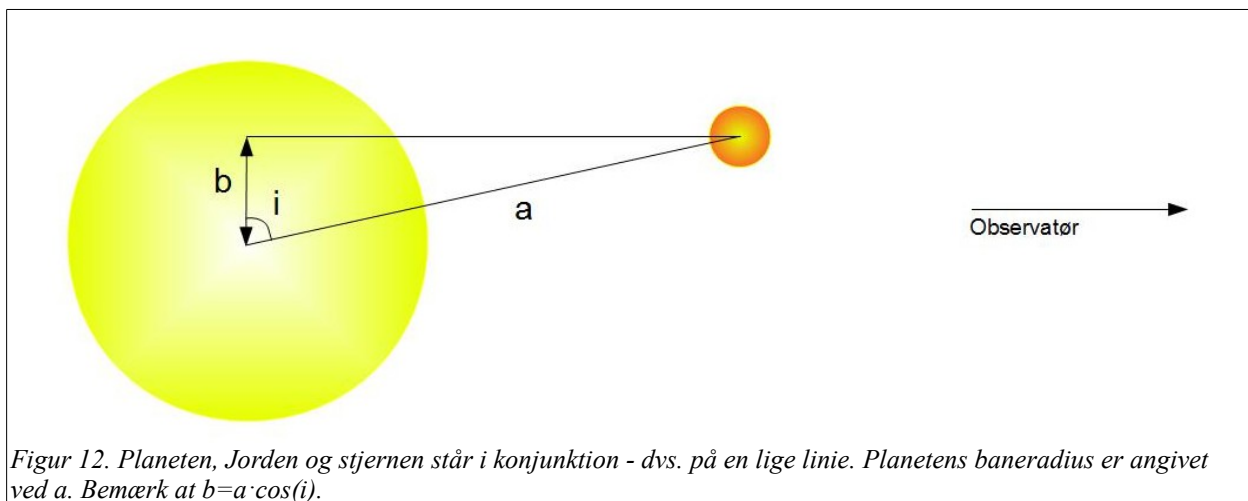
En planetbane hælder oftest i forhold til himmelbaggrunden. Vinklen mellem himmelbaggrunden og planetens bane kaldes, som nævnt i afsnittet om radialhastighedsmetoden, for inklinationen, i . Det er ganske vigtigt at finde inklinationen, da man ellers ikke kan bestemme planetens masse.



Figur 13. Samme som ved figur 12 - men nu set fra observørstedet.

Eftersom planetradius og -masse er fundamentale egenskaber ved en planet, vil vi opstille en model for banen og kæde modellen sammen med observationsdata.

Betragt figur 12. Den orangefarvede planet kredser i en ellipsebane om sin stjerne, og banens halve storakse er betegnet med bogstavet a . Planeten bevæger sig altså ind og ud af papirets plan. Hvis inklinationen i er 90° vil planeten bevæge sig på en ellipse, hvor a er sammenfaldende med synsretningen for observatøren. Når i er forskellig fra 90° vil synslinien være sammenfaldende med en linie, der ikke skærer i stjernens centrum. Afstanden fra centrum er på tegningen kaldet for b og b kaldes *stød-parameteren*.

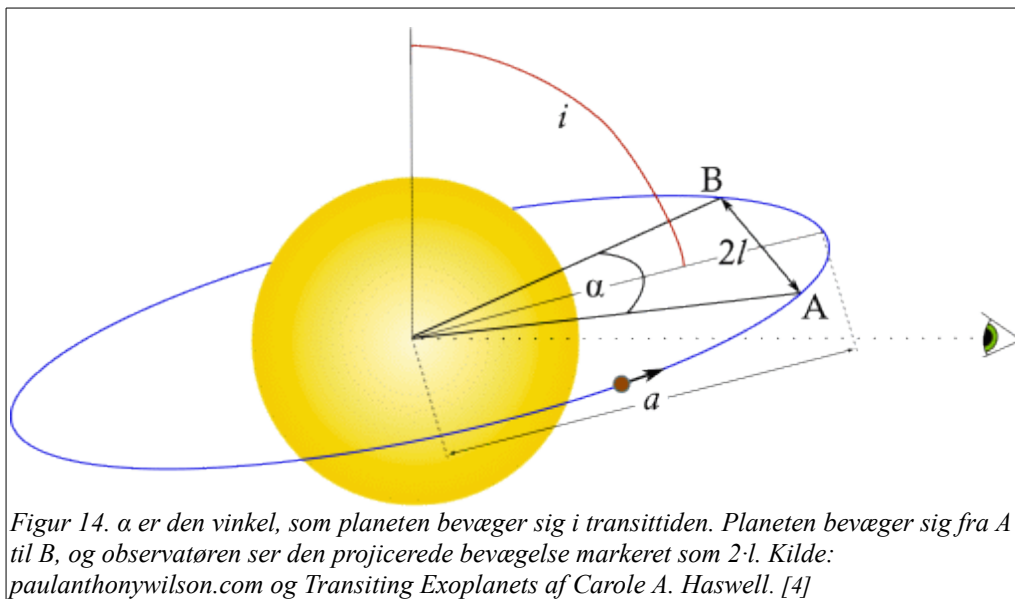


Figur 12. Planeten, Jorden og stjernen står i konjunktion - dvs. på en lige linie. Planetens baneradius er angivet ved a . Bemærk at $b = a \cdot \cos(i)$.

Modellen på figur 12 ser anderledes ud fra observatøren. Dette er forsøgt vist på figur 13.

Af figur 13 kan man se, at det for observatøren ser ud som om, at planeten i transittiden bevæger sig $2 \cdot l$ henover skiven. Denne transittid kan vi i øvrigt måle på lyskurven som tidsrummet fra starten af dykket til slutningen af dykket. Af tegningen kan vi beregne l ved hjælp af Pythagoras' sætning. Vi får

$$b = a \cdot \cos(i) \wedge b^2 + l^2 = (R_s + R_p)^2 \Leftrightarrow \\ \sqrt{(R_s + R_p)^2 - (a \cdot \cos(i))^2} = l.$$



Betragt figur 14. Figuren viser igen planetbanen om stjernen, men nu er den forsøgt perspektivisk tegnet. Man ser, at følgende relation må gælde: $\frac{\alpha}{2 \cdot \pi} = \frac{T}{P}$, hvor T er transittiden, P er planetens omløbstid og α brøkdelen af den vinkel, som planeten krydser af sin tilsyneladende bane henover stjernen. Der er antaget jævn cirkelbevægelse. Der er fundet adskillige exoplaneter, som slet ikke bevæger sig i cirkelbaner. Hvis man ved hjælp af radialhastighedsmetoden, kan finde baneparametrene for planetbanen, kan man anvende Keplers 2. lov til at justere i i formlen ovenfor. Det udsætter vi dog til en anden gang. Betrakt atter figur 14. Her ser man, at

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{l}{a} = \frac{\sqrt{(R_{stjerne} + R_{planet})^2 - a^2 \cdot \cos^2(i)}}{a} \Leftrightarrow \\ \sin\left(\frac{\pi \cdot T}{P}\right) = \frac{\sqrt{(R_{stjerne} + R_{planet})^2 - a^2 \cdot \cos^2(i)}}{a} \Rightarrow \\ \sin^2\left(\frac{\pi \cdot T}{P}\right) = \frac{(R_{stjerne} + R_{planet})^2 - a^2 \cdot \cos^2(i)}{a^2} \Leftrightarrow \sin^2\left(\frac{\pi \cdot T}{P}\right) = \frac{(R_{stjerne} + R_{planet})^2}{a^2} - \cos^2(i) \Leftrightarrow \\ \cos^2(i) = \frac{(R_{stjerne} + R_{planet})^2}{a^2} - \sin^2\left(\frac{\pi \cdot T}{P}\right) \Rightarrow \\ i = \arccos\left(\pm \sqrt{\frac{(R_{stjerne} + R_{planet})^2}{a^2} - \sin^2\left(\frac{\pi \cdot T}{P}\right)}\right).$$

Vi kan måle transittiden, T , som den største bredde af lysdæmpningen på lyskurven, og ved at måle tidsrummet fra en transit til den næste, kan vi finde planetens omløbstid, P .

Ved kendskab til den observerede stjernes masse, M , kan vi bestemme planetbanens halve storakse,

a , ved at indsætte i Keplers 3. lov. Keplers 3. lov siger, at $a = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M \cdot P^2}{4 \cdot \pi^2}}$, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$.

Dermed kan man altså bestemme inklinationen, i .

Planeter og stjernes navne

Stjerner har mange forskellige slags navne – nogle minder om menneskenavne og andre navne angiver en placering i et stjernekatalog. Planeters navne er altid opkaldt efter stjernes navne – med et bogstav tilføjet. For eksempel har stjernen Qatar-1 en planet, og planetens navn er dermed Qatar-1b. Den først opdagede planet får altid bogstavet 'b' tilføjet stjernens navn. Opdages andre planeter får de tilføjet bogstaverne 'c', 'd' osv.

Exoplaneters atmosfærer

Det lyder umiddelbart overmodigt at udtale sig om exoplaneters atmosfærer, når man for langt de flestes tilfælde ikke engang kan se planeten, men atter kan man ved snilde og omhyggelighed alligevel få information om deres atmosfærer. Vi vil starte ud med at regne lidt på planeternes temperaturer.

Temperaturen af en exoplanet

Stefan-Boltzmanns lov lyder som følger: "Fluxen fra et absolut sort legeme med temperaturen T er proportional med temperaturen i 4. potens." I formelsprog $F = \sigma \cdot T_{eff}^4$, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$.

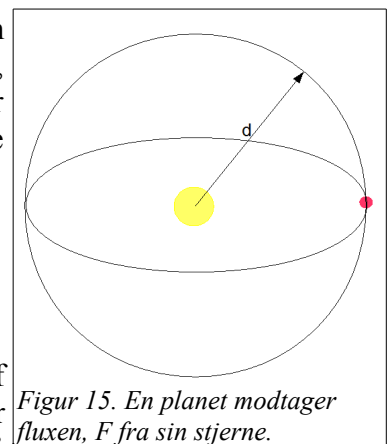
Fluxen er den udsendte effekt pr. areal.

For eksempel kan vi regne Solens effekt ud, hvis vi kender Solens samlede overfladeareal A . Den samlede effekt må være $P = A \cdot F$. Overfladearealet af Solen er $A = 4 \cdot \pi \cdot R^2$. Dvs. Solens samlede effekt er $L = 4 \cdot \pi \cdot (6,96 \cdot 10^8 m)^2 \cdot \sigma \cdot (5800K)^4 = 3,846 \cdot 10^{26} W$. Tilsvarende kan man regne den modtagne effekt pr. areal ud ved en planet, såfremt man kender afstanden mellem planeten og stjernen.

Hvis vi kan regne ud, hvor meget energi en planet modtager fra sin stjerne, så har vi også mulighed for at bestemme planetens temperatur, såfremt vi ved hvor meget lys planeten reflekterer, og om planeten har en atmosfære eller ej. Betragt figur 15. En planets øvre atmosfære modtager effekten

$$P = a_{planet} \cdot F \wedge F = \frac{L}{4 \cdot \pi \cdot d^2} \Leftrightarrow P = \frac{\pi \cdot R_{planet}^2 \cdot L}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$$

Ovenfor angiver a planetens tværsnitsareal. En vis brøkdelen, A , af effekten fra stjernen reflekteres – A kaldes for *albedo*en – og derfor absorberes der brøkdelen $(1-A)$. Alt i alt modtager planeten altså effekten



Figur 15. En planet modtager fluxen, F fra sin stjerne.

$$P = \frac{(1-A) \cdot \pi \cdot R_{planet}^2 \cdot L}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$$

Når planeten modtager lys fra stjernen opvarmes den, og dermed udstråler den også varme til omgivelserne. På et tidspunkt opnås der ligevægt, så den indkommende effekt og den udstrålede effekt bliver ens. Dette er naturligvis et ideelt eksempel, for vi ved jo fra Jorden, at temperaturen et givet sted varierer ganske meget på et døgn samt i løbet af årtiderne. Men midlet ud over et år har Jorden en bestemt middeludstråling og middeltemperatur. Hvis en planets atmosfære er betragteligt tykkere end Jordens atmosfære, vil variationerne i temperaturen være mindre – tilsvarende vil en planet uden atmosfære have voldsomme temperaturændringer.

Lad os antage at exoplaneten *har* en atmosfære, som fordeler varmen ud over hele overfladen. Dermed vil den udsende varmestråling fra hele sin overflade, dvs. $a = 4 \cdot \pi \cdot R_{planet}^2$. Altså vil planeten udsende effekten $P = a \cdot \sigma \cdot T_{planet}^4$. Sættes de to udtryk for effekten sammen fås

$$4 \cdot \pi \cdot R_{planet}^2 \cdot \sigma \cdot T_{planet}^4 = \frac{(1-A) \cdot \pi \cdot R_{planet}^2 \cdot L}{4 \cdot \pi \cdot d^2} \Leftrightarrow T_{planet} = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{(1-A) \cdot L}{\sigma \cdot \pi \cdot d^2} \right]^{\frac{1}{4}}$$

Vi har altså nu et udtryk for planetens middeltemperatur, såfremt vi kender albedoen, afstanden til planeten, d , og såfremt atmosfæren er så tyk, at varmen fra stjernen fordeles over hele planeten. L kender vi, da astrofysikere har bestemt den for os.

For at kunne sige noget om en planets atmosfære, må vi først være i stand til at undersøge, om der er overhovedet én atmosfære. Vi så på figur 13, hvordan en exoplanet spærrer for lidt af stjernens lys, når den bevæger sig ind over stjernens skive. På figuren ser det ud som om planeten har en skarp kant. Men hvis planeten har en atmosfære, er kanten diffus. Ydermere absorberer gasser lys forskelligt afhængigt af det lys, der gennemstrømmer atmosfæren. For eksempel ved vi fra Jorden, at blåt lys spredes mere end de øvrige farver i atmosfæren, og derfor ser vores himmel blå ud. På Mars er det den røde farve, der spredes mest, så der ser himmelen rød ud.

Ligeledes er der bestemte bølgelængder i lyset, der kan anslå atomer i atmosfæren, og disse bestemte farver vil altså til en større grad blive absorberet i planetatmosfæren end andre farver. Mængden af den absorberede lys for bestemte bølgelængder er *uhyre* lille. Faktisk er den for en bestemt orangeagtig⁵ farve ca. 0,02% af den oprindelige lysdæmpning. (Se eksemplet i figur 11.) Alligevel kan man med satellitmålinger detektere denne lille ændring.

I praksis gør man altså som følger: Først måles en lyskurve, som omtalt på pp. 2-4. Derefter gentages proceduren, men hvor man har sat et filter foran detektoren, så den kun tillader lys med en bestemt bølgelængde at passere. Så sammenligner man de to lyskurver, og hvis de ikke har samme dybde, så kan der være fundet en atmosfære. Hvis man har mistanke om at der er en atmosfære, kan man gentage øvelsen med andre filtre, som undersøger for andre grundstoffer. Det vil jo være oplagt at undersøge for brint, da det er det mest almindelige grundstof i Universet.

Når man så har fundet planetens radius for det samlede lys, og bagefter fundet radius for filteret, kan forskellen mellem de to resultater angives som planetens atmosfæretykkelse. (Husk at dybden af kurven giver mulighed for at beregne planetens radius. (Se formel side 12 øverst.))

Ved at måle med mange filtre får man altså også en indikation af, hvilke grundstoffer atmosfæren

⁵ Farven er den samme, som man ser i orange natrium-gadelamper. Bølgelængderne er 588,995nm og 589,592nm.

består af, og så kan man ad den vej anslå planetens albedo, A .

Flydende vand?

Et fundamentalt spørgsmål om exoplaneter, er om de indeholder ilt i deres atmosfærer, og om der er flydende vand. Vi vil undersøge dette spørgsmål nedenfor.

Vi forestiller os, at vi ved hjælp af radialhastigheds- og transitmetoderne har bestemt planetens masse, radius, afstand fra stjernen, at der er en atmosfære, og albedoen er A . Stjernens effekt er også antaget kendt.

Spørgsmålet er så, om vi kan forvente mulighed for flydende vand på planeten.

Vi har allerede udledt et udtryk for planetens gennemsnitstemperatur $T_{Planet} = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{(1-A) \cdot L}{\sigma \cdot \pi \cdot d^2} \right]^{\frac{1}{4}}$.

Værdier for Jorden er $A=0,37$, $L=3,846 \cdot 10^{26} W$, $d=1,496 \cdot 10^{11} m$. Det giver en middeltemperatur på $248K = -25^\circ C$. Jordens atmosfære virker som en dyne, og det løfter middeltemperaturen op på $+15^\circ C$. Dette kan naturligvis også ske for andre planeter, så det skal vi huske på, når vi fortolker resultaterne.

Øvelse

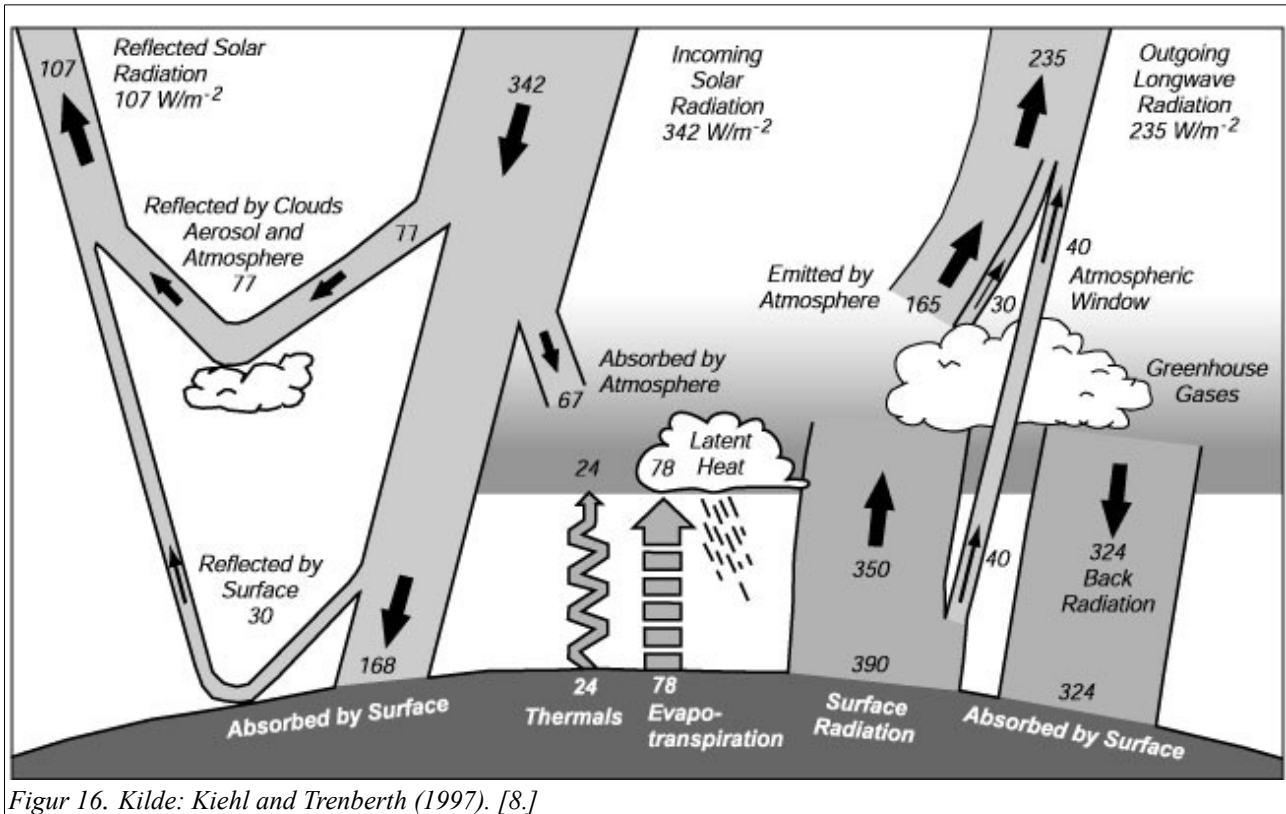
For planeten Qatar-1b er der detekteret en atmosfære. Opdagerne har antaget at $A=0$. Stjernens temperatur $T=4900K$ og dens radius $R=5,73 \cdot 10^8 m$. Afstanden til planeten er $0,02342AU$. Det giver at stjernens absolutte luminositet er $L=1,35 \cdot 10^{26} W$. (Se kilde [7] eller Alsubai et al [5].)

- Vis på den baggrund at Qatar-1bs temperatur er $1400K$.
- Antag at albedoen svarer til Jupiters, dvs. $A=0,52$. Beregn T_{Planet} .
- Kan denne planet indeholde flydende vand? (Begrund dit svar.)
- Hvis du har løst transitopgaven samt opgaven om massebestemmelse kan du nu beregne tyngdeaccelerationen på planetens overflade. Brug formlen $g = \frac{G \cdot M}{R^2}$.

En kompliceret atmosfæremodel

Ovenfor så vi, at formlen for temperaturen af Jorden ikke er særlig god, og det skyldes naturligvis, at vi ikke har taget højde for drivhuseffekten fra atmosfæren. Nedenfor vil vi anvende en model, som er udviklet af Kiehl & Trenberth (1997.) Modellen er ganske simpel, men den forudsiger Jordens overfladetemperatur ganske godt, og selvom den er simpel, er matematikken vist rigelig kompliceret for de fleste.

Modellen er tilpasset drivhuseffekten på Jorden, og vi vil i en opgave forsøge at generalisere til andre atmosfærer. Betragt figur 16.



Figur 16. Kilde: Kiehl and Trenberth (1997). [8.]

Til venstre i figuren kan man se, at 342 W/m^2 indstråles fra Solen. Dette kan man forstå ved, at udenfor Jordens atmosfære findes en intensitet fra Solen på $I_0 = \frac{L}{4 \cdot \pi \cdot d^2} = 1168 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. Jorden dækker en skive med arealet $A_{\text{skive}} = \pi \cdot R^2$. Da Jorden har en atmosfære, fordeles varmen over hele planetens overflade, og dette areal er på $A_{\text{overflade}} = 4 \cdot \pi \cdot R^2$. Altså modtager hver kvadratmeter på Jorden $\frac{I_0 \cdot A_{\text{skive}}}{A_{\text{overflade}}} = \frac{I_0}{4} = 342 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.

Øvelse: Find Solens data samt afstand til Jorden i en tabel og kontroller tallet ovenfor.

Man ser også til venstre i figuren at noget stråling reflekteres af Jorden eller Jordens atmosfære. Den brøkdelt, der reflekteres kaldes for *Bond-Albedo*en – eller bare *albedo*en. Man ser at 107 W/m^2 reflekteres ud af 342 W/m^2 . Dermed må albedoen være $A = 107/342 = 0,313$.

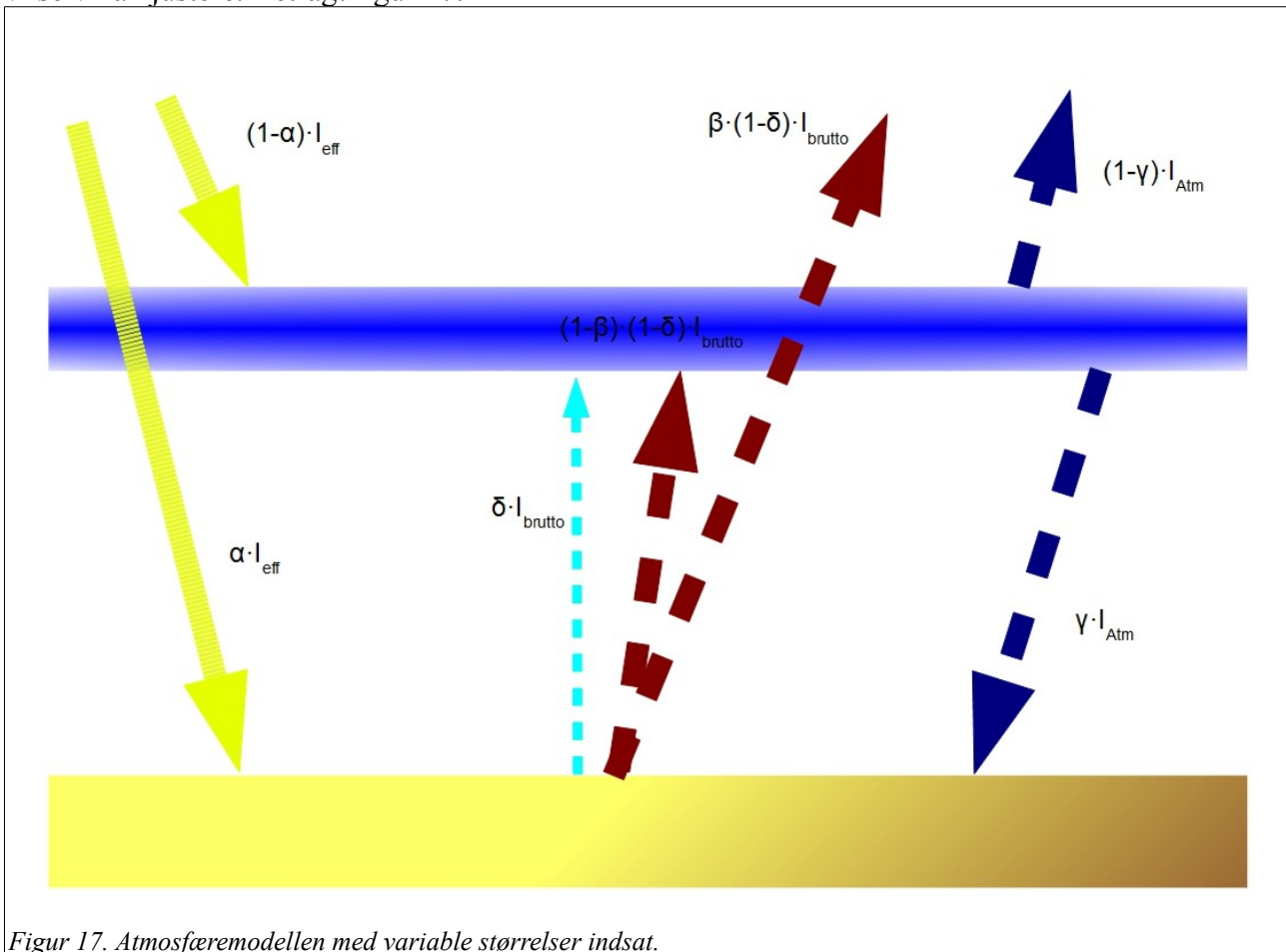
I midten af figuren kan man se, at 67 W/m^2 absorberes af atmosfæren, dvs. 235 W/m^2 ud af de 342 W/m^2 absorberes af planeten/atmosfæren. I midten og til højre kan man se, at Jordoverfladen både udstråler energi i form af varmestråling, men at overfladen også afleverer energi til atmosfæren i form af opvarmet vand og via konvektion. Dvs. Jordoverfladen *udstråler* 350 W/m^2 til atmosfæren og 40 W/m^2 direkte til verdensrummet. De resterende 102 W/m^2 afleveres altså ikke via stråling.

Til højre ser man, at Jorden modtager 324 W/m^2 fra atmosfæren, mens atmosfæren udstråler 165 W/m^2 til verdensrummet.

Alt i alt indstråles altså netto 235 W/m^2 , og der udstråles lige så meget. Atmosfæren sørger dog for, at Jordens strålingsligevægt findes ved en højere temperatur end uden atmosfæren.

Da Jordoverfladen i form af *varmestråling* udstråler $I = 390 \frac{W}{m^2} = \sigma \cdot T^4 \Leftrightarrow T = 288K = 15^\circ C$. Hvis vi ikke havde taget højde for atmosfærens betydning udover, at varmen transporteres rundt på hele kloden, ville temperaturen have endt på $-25^\circ C$, hvilket jo er ubehageligt lidt for et menneske.

I figur 16 er der allerede indsat talværdier, der passer til Jorden – men de passer næppe til andre planeters atmosfærer. Derfor vil vi generalisere figuren, så tallene erstattes af nogle parametre, som vi selv kan justere. Betragt figur 17.



Figur 17. Atmosfæremodellen med variable størrelser indsat.

Fortolkning af parametrene

α : Brøkdelen af den indstrålede intensitet, som rammer Jordoverfladen.

β : Brøkdelen af overfladens *udstrålede* intensitet.

γ : Brøkdelen af atmosfærens udstrålede intensitet, der rammer jordoverfladen.

δ : Brøkdelen af den totale afleverede intensitet fra Jordoverfladen, som afleveres i form af konvektion og opvarmning af vand.

I_{eff} : Den del af Solens indstrålede intensitet, som absorberes af planeten/atmosfæren

I_{brutto} : Al den intensitet, som Jordoverfladen afleverer i form af *varmestråling*, konvektion og vandopvarmning.

I_{atm} : Al den intensitet, som atmosfæren afleverer. (Men det reflekterede sollys er ikke med.)

Stefan-Boltzmanns lov siger, at et absolut sort legeme i ligevægt udsender stråling ifølge formlen $I = \sigma \cdot T^4$. Jorden er ikke et absolut sort legeme – albedoen er jo forskellig fra 0, men for enkelhedens skyld regner vi med, at den er det.

Vi kan nu opstille nogle formler for temperaturerne af atmosfæren og jordoverfladen.

Atmosfæren

Atmosfæren modtager i alt intensiteten $I_{atm} = (1-\alpha) \cdot I_{eff} + \delta \cdot I_{brutto} + (1-\beta) \cdot (1-\delta) \cdot I_{brutto}$. Desuden kan vi for ligevægt indse, at $I_{brutto} = \alpha \cdot I_{eff} + \gamma \cdot I_{atm}$. Dermed kan vi bortsostituere I_{brutto} . Vi får følgende

$$\begin{aligned} I_{atm} &= (1-\alpha) \cdot I_{eff} + \delta \cdot (\alpha \cdot I_{eff} + \gamma \cdot I_{atm}) + (1-\beta) \cdot (1-\delta) \cdot (\alpha \cdot I_{eff} + \gamma \cdot I_{atm}) \Leftrightarrow \\ I_{atm} &= (1-\alpha) \cdot I_{eff} + \delta \cdot \alpha \cdot I_{eff} + \delta \cdot \gamma \cdot I_{atm} + (1-\beta) \cdot (1-\delta) \cdot \alpha \cdot I_{eff} + (1-\beta) \cdot (1-\delta) \cdot \gamma \cdot I_{atm} \Leftrightarrow \\ I_{atm} - \delta \cdot \gamma \cdot I_{atm} - (1-\beta) \cdot (1-\delta) \cdot \gamma \cdot I_{atm} &= (1-\alpha) \cdot I_{eff} + \delta \cdot \alpha \cdot I_{eff} + (1-\beta) \cdot (1-\delta) \cdot \alpha \cdot I_{eff} \Leftrightarrow \\ [1 - \delta \cdot \gamma - (1-\beta) \cdot (1-\delta) \cdot \gamma] \cdot I_{atm} &= [(1-\alpha) + \delta \cdot \alpha + (1-\beta) \cdot (1-\delta) \cdot \alpha] \cdot I_{eff} \Leftrightarrow \\ I_{atm} &= \frac{(1-\alpha) + \delta \cdot \alpha + (1-\beta) \cdot (1-\delta) \cdot \alpha}{1 - \delta \cdot \gamma - (1-\beta) \cdot (1-\delta) \cdot \gamma} \cdot I_{eff} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\sigma \cdot T_{atm, nedre}^4 = \gamma \cdot I_{atm} \Rightarrow T_{atm, nedre} = \sigma^{-\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{(1-\alpha) + \delta \cdot \alpha + (1-\beta) \cdot (1-\delta) \cdot \alpha}{1 - \delta \cdot \gamma - (1-\beta) \cdot (1-\delta) \cdot \gamma} \cdot I_{eff} \cdot \gamma \right)^{1/4}$$

$$\sigma \cdot T_{atm, øvre}^4 = (1-\gamma) \cdot I_{atm} \Rightarrow T_{atm, øvre} = \sigma^{-\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{(1-\alpha) + \delta \cdot \alpha + (1-\beta) \cdot (1-\delta) \cdot \alpha}{1 - \delta \cdot \gamma - (1-\beta) \cdot (1-\delta) \cdot \gamma} \cdot I_{eff} \cdot (1-\gamma) \right)^{1/4}$$

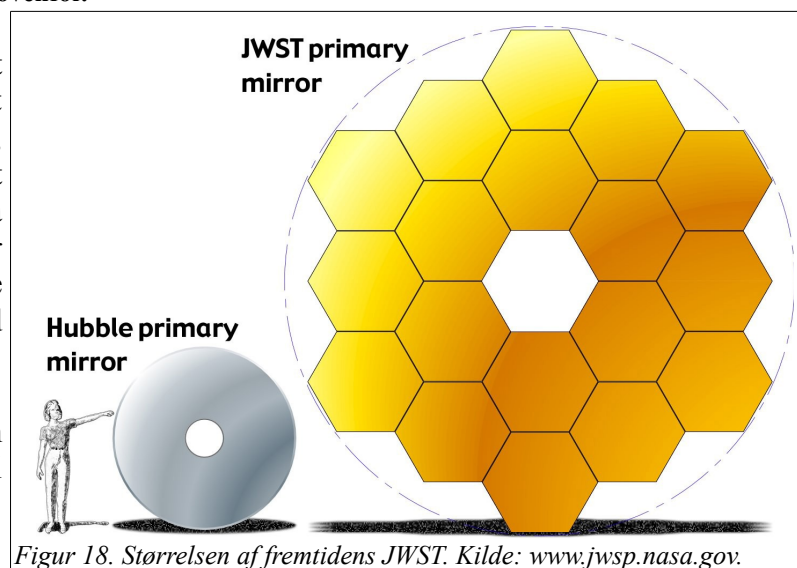
Jordoverfladen

$$\begin{aligned} I_{overflade} &= I_{brutto} - \delta \cdot I_{brutto} = (1-\delta) \cdot I_{brutto} \wedge I_{brutto} = \alpha \cdot I_{eff} + \gamma \cdot I_{atm} \Leftrightarrow \\ I_{overflade} &= (1-\delta) \cdot (\alpha \cdot I_{eff} + \gamma \cdot I_{atm}) = (1-\delta) \cdot \alpha \cdot I_{eff} + (1-\delta) \cdot \gamma \cdot I_{atm} \Leftrightarrow \\ I_{overflade} &= (1-\delta) \cdot \alpha \cdot I_{eff} + (1-\delta) \cdot \gamma \cdot \left(\frac{(1-\alpha) + \delta \cdot \alpha + (1-\beta) \cdot (1-\delta) \cdot \alpha}{1 - \delta \cdot \gamma - (1-\beta) \cdot (1-\delta) \cdot \gamma} \cdot I_{eff} \right) \Leftrightarrow \\ I_{overflade} &= \left[\alpha + \gamma \cdot \left(\frac{(1-\alpha) + \delta \cdot \alpha + (1-\beta) \cdot (1-\delta) \cdot \alpha}{1 - \delta \cdot \gamma - (1-\beta) \cdot (1-\delta) \cdot \gamma} \right) \right] \cdot (1-\delta) \cdot I_{eff} = \sigma \cdot T_{overflade}^4 \Rightarrow \\ T_{overflade} &= \sigma^{-\frac{1}{4}} \cdot \left[\alpha + \gamma \cdot \left(\frac{(1-\alpha) + \delta \cdot \alpha + (1-\beta) \cdot (1-\delta) \cdot \alpha}{1 - \delta \cdot \gamma - (1-\beta) \cdot (1-\delta) \cdot \gamma} \right) \right]^{\frac{1}{4}} \cdot \left[(1-\delta) \cdot I_{eff} \right]^{\frac{1}{4}} \end{aligned}$$

Øvelse: Prøv at kontrollere beregningerne ovenfor.

Modellen ovenfor er ikke voldsomt indviklet, og det er da også muligt at opstille udtryk for de 3 temperaturer, men læseren vil nok medgive, at kompleksiteten i beregningerne er så stor, at det sandsynligvis bliver ganske indviklet at lave en mere avanceret model. Derfor nøjes vi med denne model.

Modellen bruges i opgaven *Atmosfæremodel*, som er bagest i hæftet.



Figur 18. Størrelsen af fremtidens JWST. Kilde: www.jwsp.nasa.gov.

Fremtidens missioner

Når man søger efter exoplaneter har jordbaserede observationer vist sig at være udmærkede til at fremstille transitkurver. Dog kræver atmosfæredetektion adgang til rumteleskoper. Her har Hubble teleskopet samt Spitzer teleskopet været af uvurderlig hjælp. Lige nu er Keplersatelitten i gang med at indsamle data for over 170000 stjerner, og foreløbig har satelitten være en fremragende succes.

Jordbaserede teleskoper til radialhastighedsmålinger har hidtil givet os gode data, men Jordens atmosfære er en evig kilde til usikkerheder på målingerne – det er heller ikke muligt kontinuerligt at måle på stjernerne, da det jo bliver dag på Jorden. De bedste kikkerter er anbragt hos ESO i Chile.

Lige nu arbejder NASA med James Webb Space Telescope, som bliver et stort teleskop med en spejldiameter på 6,5m. Dermed er diameteren 3 gange så stor som det succesrige Hubbleteleskop. Teleskopet bliver mest følsomt i det infrarøde område, så det netop bliver i stand til se de kolde legemer i rummet – som f.eks. exoplaneter. Opsendelsen af dette teleskop er planlagt til 2018. Du kan læse mere om JWSP her: <http://www.jwst.nasa.gov/>

JWSP vil kunne detektere planeter ved direkte fotografi, og den vil kunne måle spektre for exoplaneter. Dermed vil man kunne sammenligne planeternes atmosfærer med Jordens atmosfære, som er unik i og med, at vi har meget O₂ og O₃ i atmosfæren. Disse molekyler er markører for den version af livet, som findes på Jorden – hvis vi finder disse molekyler i en fremmed klodes atmosfære, er det en indikation af liv, som på Jorden.

Indenfor de næste 10-20 år kan vi måske få besvaret det store spørgsmål: ”Er der nogen derude?”

Radialhastighedskurve. Exoplanet Qatar-1b

Din lærer giver dig et regneark med en serie $(t, v(t))$ -værdier.

- Du skal lave en formel, der folder punkterne om en periode, som du skal gætte. Dvs. det er fasen, der skal afbildes på x-aksen. Eccentriciteten sættes til $e=0,03$.
- Når du er tilfreds med din tilpasning skal du aflæse amplituden af signalet.
- Beregn nu $m \cdot \sin(i)$.
- Sammenlign dine resultater med forskeres resultater. (Se talværdier i kilde 6.)

-0-

Transitkurve. Planeten Qatar-1b

Ved at anvende 33 billeder, som er optaget af stjernen Qatar-1, skal vi konstruere en lyskurve for stjernen, som ligger i stjernebilledet Dragen. (Draco.) Koordinaterne for stjernen er $(\alpha; \delta) = (20^{\text{h}} 13^{\text{m}} 32^{\text{s}}; +65^{\circ} 09' 43'')$. Billederne er optaget af André van der Hoeven⁶ fra Emmaus College i Holland. Den observerede exoplanet hedder Qatar-1b⁷. Ud fra lyskurven og kendskab til stjernens masse og radius skal exoplanetens radius og baneinklination bestemmes.

Billederne er optaget den 31/10-2011 kl. 21:43.01 UT og fremefter. For første billede er midtpunktet af de 5 eksponeringer 21:45:08. Koordinater for observationssted: $(l, b) = (4^{\circ} 38' 51,01'' \text{ E}; 51^{\circ} 50' 40,64'' \text{ N.})$

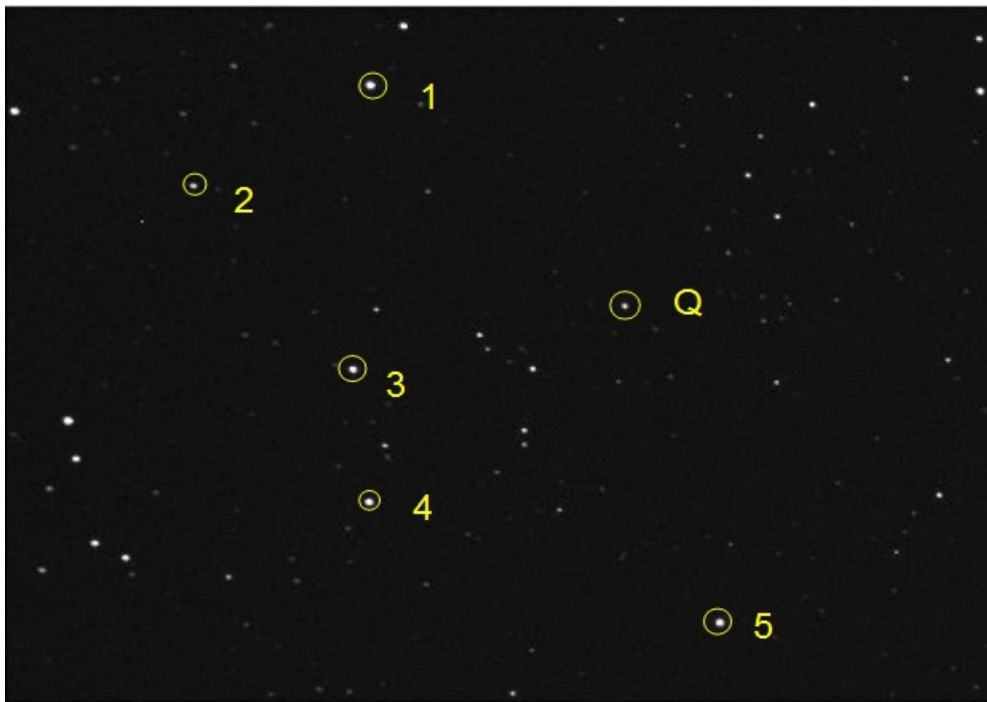
For at måle instrumentstørrelsesklasserne skal man gøre som følger:

- Indlæs billederne i SalsaJ, Aladin (eller tilsvarende program) og identificer mindst én men gerne nogle flere referencestjerner og mål deres flux, F , samt baggrund. (Se hjælp nedenfor.)
- Identificer stjernen Qatar-1 og mål dens flux, F , samt baggrund. Sørg for at du får *hele* fluxen med!
- Noter "Midpoint" i FITS-headeren, så observationstidspunktet kendes.
- Noter tallene i det udleverede regneark.
- Gentag for alle billederne. (I kan f. eks. udmåle 1 billede hver og derefter dele jeres resultater.)

Hjælp til identifikationen af stjernen

⁶ Oemstraat 5, 3341GH, HI-Ambacht, NL.

⁷ Her er Andrés datafremlæggelse: <http://var2.astro.cz/EN/tresca/transit-detail.php?id=1320186591>



Figur 19. Qatar 1b er markeret med bogstavet Q.

For at identificere stjernerne, skal man generelt bruge koordinaterne for stjernen. De er oplyst ovenfor. Dernæst skal man indlæse et stjernekort over området og sammenligne stjernekortet med det optagne billede. Det gøres ved at åbne f. eks. Aladin og indtaste Qatar-1bs koordinater. Du kan også bare nøjes med at bruge figur 16 til identifikationen.

Databehandling

Beregn nu instrumentstørrelsesklasserne ved hjælp af formlen $m_{ins} = -2,5 \cdot \log(F - F_{baggrund})$. (I SalsaJ ér baggrunden fratrukket.) Tegn en $(t, \delta m)$ -kurve. Bestem transittiden, T, så godt du kan. Bestem den totale ændring i størrelsesklasse for stjernen.

Det er fra tidligere studier fundet, at planeten har en omløbstid, $P = 1,42$ dage, og stjernen har en masse på $M_* = 0,85M_{\odot}$ samt en radius på $R_* = 0,823R_{\odot}$.

Beregn planetens halve storakse, a. Beregn planetens radius R_p og beregn endelig inklinationsvinklen, i.

Hvis du har lavet opgaven med Qatar-1bs radialhastighedskurve kan du nu bestemme planetens masse.

Beregn gennemsnitsmassefylden af Qatar-1b. Hvad slags planet er der tale om?

-0-

Atmosfæremodel.

Klassen inddeles i ca. 10 grupper. Alle løser spørgsmål a og b og hver gruppe vælger ét af de efterfølgende spørgsmål.

- a) Benyt tallene i figur 16, Solens absolutte luminositet (effekt) samt afstanden mellem Jorden og Solen til at finde værdien af parametrene A , I_{brutto} , α , β , γ og δ .
- b) Beregn temperaturerne af Jordoverfladen, samt nedre- og øvre atmosfære.
- c) Konstruer et regneark, hvor temperaturformlerne er angivet som funktion af de 5 parametre. Varier α i dens gyldige interval og tegn 3 grafer over temperaturerne i samme koordinatsystem.
- d) Konstruer et regneark, hvor temperaturformlerne er angivet som funktion af de 5 parametre. Varier β i dens gyldige interval og tegn 3 grafer over temperaturerne i samme koordinatsystem.
- e) Konstruer et regneark, hvor temperaturformlerne er angivet som funktion af de 5 parametre. Varier γ i dens gyldige interval og tegn 3 grafer over temperaturerne i samme koordinatsystem.
- f) Konstruer et regneark, hvor temperaturformlerne er angivet som funktion af de 5 parametre. Varier δ i dens gyldige interval og tegn 3 grafer over temperaturerne i samme koordinatsystem.
- g) Konstruer et regneark, hvor temperaturformlerne er angivet som funktion af de 5 parametre. Varier A i dens gyldige interval og tegn 3 grafer over temperaturerne i samme koordinatsystem.
- h) Konstruer et regneark, hvor temperaturformlerne er angivet som funktion af de 5 parametre. Varier d og giv en vurdering af det interval, der giver basis for flydende vand på Jorden. (Dette interval kaldes *den beboelige zone*.)
- i) Konstruer et regneark, hvor temperaturformlerne er angivet som funktion af de 5 parametre. Varier luminositeten L og giv en vurdering af det interval, der giver basis for flydende vand på Jorden.
- j) Konstruer et regneark, hvor temperaturformlerne er angivet som funktion af de 5 parametre. Sæt d til afstanden 0,723AU (Venus' afstand til Solen) og juster parametrene, så du finder en konfiguration, der kan give flydende vand på Jorden.
- k) Konstruer et regneark, hvor temperaturformlerne er angivet som funktion af de 5 parametre. Sæt d til afstanden 1,524AU (Mars' afstand til Solen) og juster parametrene, så du finder en konfiguration, der kan give flydende vand på Jorden.
- l) Konstruer et regneark, hvor temperaturformlerne er angivet som funktion af de 5 parametre. Sæt d til afstanden 5,203AU (Jupiters afstand til Solen) og juster parametrene, så du finder en konfiguration, der kan give flydende vand på Jorden.

Programmer, litteratur og data

1. Aladin: <http://aladin.u-strasbg.fr/>
2. SalsaJ: <http://www.euhou.net/>
3. Spitzerdata: <http://www.euhou.net>
4. Carole A. Haswell, "Transiting Exoplanets," Cambridge University Press, 2010.
5. Preprint: Monthly Notices of The Royal Astronomical Society **000** 1-8: "Qatar-1b: a hot Jupiter orbiting a metal-rich K dwarf star" af K. Alsubai et al.
6. Astronomy and Astrophysics, v. **415**, p.391-402 (2004) . "The CORALIE survey for southern extra-solar planets. XII. Orbital solutions for 16 extra-solar planets discovered with CORALIE." Af M. Mayor et al.
7. <http://star-www.st-and.ac.uk/~kdh1/qatar1.html>
8. J. T. Kiehl & K. E. Trenberth, "Earth's Annual Mean Global Energy Budget", National Center of Atmospheric Research, Boulder, 1997.
<http://www.cgd.ucar.edu/cas/Trenberth/trenberth.papers/KiehlTrenbBAMS97.pdf>
9. Sreekumar Thaithara Balan & Ofer Lahav. <http://zuserver2.star.ucl.ac.uk/~lahav/exofit.html>
10. Cygwin-projektet: <http://www.cygwin.com/>
11. R-programmet: <http://www.r-project.org/>