

# Formelsamling i astronomi. Februar 2016

Formelsamlingen er ikke komplet – det bliver den nok aldrig. Men måske kan alligevel være til en smule gavn.

## Sammenhæng mellem forskellige tidsenheder

Jordens sideriske omløbstid:	$T_J = 365,256361$ middelsoldøgn
Siderisk måned	$T_{\text{J}} = 27,321661$ middelsoldøgn
Sammenhæng mellem en ydre planets synodiske og sideriske omløbstid/periode:	$1/T_{\text{syn}} = 1/T_J - 1/T_{\text{sid}}$
Sammenhæng mellem en indre planets synodiske og sideriske omløbstid/periode:	$1/T_{\text{syn}} = 1/T_{\text{sid}} - 1/T_J$
Sammenhæng mellem siderisk tid, $\theta$ , rektascension og timevinkel, $t$ :	$\theta = \alpha + t$

## Keplers love

Keplers 1. lov:	Planeterne bevæger sig i ellipsebaner omkring Solen med Solen i det ene brændpunkt.
Keplers 2. lov:	Forbindelseslinien mellem en planet og Solen vil i lige store tidsrum overstryge lige store arealer. Dvs produktet af aphelionafstanden og aphelionfarten er det samme som perihelionafstanden ganget med perihelionfarten: $v_p \cdot r_p = v_a \cdot r_a$
Keplers 3. lov:	Forholdet mellem kubus på den halve storakse, $a$ , og kvadratet på omløbstiden er konstant: $a^3/T^2 = G \cdot M_{\odot} / (4 \cdot \pi^2)$ , i SI-enheder. Hvis enheden på længde er i AU og tidsenheden er i sideriske år, så er konstanten på højre side lig 1. Erstattes $M_{\odot}$ med en vilkårlig masse virker formlen også for bevægelser om andre legemer

	end Solen.
<b>Planetbaner</b>	
Bevægelse omkring legeme med massen M:	$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$
Undvigelseshastighed:	$v = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{r}}$
Newtons gravitationslov:	$F_G = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$ , r er afstanden til massemidtpunktet.
Tyngdeaccelerationen, g ved en klodes overflade:	$g = \frac{G \cdot M}{R^2}$
Hastighed, v, ved konstant acceleration a, som funktion af tiden t:	$v = a \cdot t + v_0$
Stedkoordinat, s, ved konstant acceleration a som funktion af starthastighed, v <sub>0</sub> , og tiden t.	$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$
Mekanisk energi:	$E_{mek} = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$
Virialsætningen. Husk den gælder for den samlede energi af et system. De enkelte partikler i systemet kan godt have forskellige energier:	$2 \cdot E_{kin} + E_{pot} = 0$ eller $\Delta E_{kin} = -\frac{1}{2} \cdot \Delta E_{pot}$
Massen af en exoplanet. Husk at alle tal i tælleren skal indsættes i SI-enheder:	$m = \frac{v_{rad}^{max} \cdot T \cdot M_{stjerne}}{2 \cdot \pi \cdot \sin(i) \cdot \left(\frac{M_{stjerne}}{M_{Sol}} \cdot \left(\frac{T}{yr}\right)^2\right)^{\frac{1}{3}} \cdot 1,496 \cdot 10^{11} m}$

### Ellipser

Eccentricitet, e:	$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$ , hvor a er halve storakse og b er halve lilleakse.
Pericenterafstanden, r <sub>p</sub> , i en ellipsebevægelse:	$r_p = a \cdot (1 - e)$
Apocenterafstanden, r <sub>a</sub> , i en ellipsebevægelse:	$r_a = a \cdot (1 + e)$

Farten, $v$ , i en ellipsebevægelse:	$v = \sqrt{G \cdot M \cdot \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}$
--------------------------------------	---

### Kikkerter og CCD-detektorer

Kikkertforstørrelse, $m$ :	$m = b_{\text{objektiv}}/b_{\text{okular}}$ , $b$ er brændvidder.
f-tallet. (Blændetal:)	$f = b_{\text{objektiv}}/D$ , $D$ er kikkertens diameter.
Synsfelt, $v$ , gennem et okular.	$v = v_{\text{teo}}/m$ , hvor $m$ er forstørrelsen af kikkert opstillingen.
Teoretisk opløsningsevne, $\theta$ :	$\theta = 1,22 \cdot \lambda/D$ , hvor $\lambda$ er lysets bølgelængde og $D$ er kikkertens diameter.
Vinkel, $\varphi$ , (i radianer) på himmelen en ccd-detektor kan se:	$\varphi = 2 \cdot \tan^{-1}(\text{pixelstørrelse} \cdot \text{antal pixler} / (2 \cdot \text{brændvidde}))$ .

### Atmosfærepåvirkninger

Luftmasse, $\Lambda$ :	$1 \text{ Im} / \cos(z)$ , hvor $1 \text{ Im}$ er en 'luftmasseenhed' og $z$ er zenithdistancen til objektet.
Sammenhæng mellem luminositet, $I$ , ved jordoverfladen, og luminositet, $I_0$ , uden for jordens atmosfære:	$I = I_0 \cdot \exp(-p \cdot \Lambda)$ , $p$ er sandsynligheden for at en foton bliver absorberet pr. vejlængde i luftmasseenheder.
Sammenhæng mellem størrelsesklasse, $m$ , ved jordoverfladen, og størrelsesklasse, $m_0$ , uden for jordens atmosfære:	$m_0 = m - k \cdot \Lambda$ , hvor $k$ er en konstant, der kan findes vha. observationer.

### Stjerner

Afstandsbestemmelse vha. parallaksemetoden:	$d = 1/p$ hvor $d$ er afstanden målt i parsec til stjernen og $p$ er parallaksen målt i buesekunder.
Sammenhæng mellem størrelsesklasser, $m$ , og luminositeter, $I$ :	$-2,5 \cdot \log(I_2/I_1) = m_2 - m_1$
Sammenhæng mellem absolut luminositet, $L$ , og tilsyneladende luminositet, $I$ :	$I = \frac{L}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$ , hvor $d$ er afstanden til stjernen.
Afstandsmodul, $m-M$ . (Uden absorption.)	$m-M = 5 \cdot \log(d) - 5$ , $d$ er afstanden til stjernen. $M$ og $m$ er hhv. absolut- og tilsyneladende størrelsesklasser.
Absorption.	$A_V = 3,1 \cdot E_{B-V}$
Afstandsmodul, $V-M_V$ . (Med absorption.)	$V-M_V = 5 \cdot \log(d) - 5 + A_V$ , $d$ er afstanden til

	stjernen. $M_V$ og $V$ er hhv. absolut- og tilsyneladende størrelsesklasser i V-båndet.
Summen af grundstofmasseprocenterne er 1!	$X + Y + Z = 1$ . $X$ , $Y$ , $Z$ er hhv. brints, heliums og tungere grundstoffers masseprocenter.
Stefan-Boltzmanns lov:	$L = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T_{\text{eff}}^4$ , hvor $R$ er stjernens radius, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(K}^4 \cdot \text{m}^2)$ og $T_{\text{eff}}$ er stjernens effektive temperatur.
Alternativ version af Stefan-Boltzmanns lov:	$\frac{L}{L_{\text{Sol}}} = \left(\frac{R}{R_{\text{Sol}}}\right)^2 \cdot \left(\frac{T}{T_{\text{Sol}}}\right)^4$
Absolut størrelsesklasse, $M$ , og Luminositet, $L$ .	$M_A - M_B = 2,5 \cdot \log\left(\frac{L_B}{L_A}\right)$
Sammenhæng mellem radius, $R$ , temperatur, $T$ , og absolut størrelsesklasse for en stjerne.	$M_A - M_B = 5 \cdot \log\left(\frac{R_B}{R_A}\right) + 10 \cdot \log\left(\frac{T_B}{T_A}\right)$ [T]=K
Temperaturoverslag, $T$ , af en stjernes indre:	$T \approx \frac{\mu \cdot m_u \cdot G \cdot M}{k \cdot R}$ , $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ , og de andre talstørrelser er de sædvanlige.
Wiens forskydningslov:	$\lambda_{\text{max}} \cdot T = \text{konstant}$ , hvor konstant = $0,0029 \text{ K} \cdot \text{m}$ .
Einsteins relation mellem masse og energi:	$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$ .
Udnyttet energi, $Q$ , ved en kernereaktion:	$Q = (m_{\text{før}} - m_{\text{efter}}) \cdot c^2$ .
Spektralklasserne:	O, B, A, F, G, K, M.
Middelmolekylevægten, $\mu$ :	$\mu = 2 \cdot X + 0,75 \cdot Y + 0,75 \cdot Z$ .
Tyngdeaccelerationen, $g$ , på et sfærisk legeme:	$g = G \cdot M / R^2$ , hvor $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$ , $M$ er stjernens masse og $R$ er stjernens radius.
Cepheidestjernes abs. størrelsesklasse som funktion af perioden.	$\langle M_V \rangle = -2,5 \cdot \log(P) - 1,7$ .
Schwarzschildradius, $r$ :	$r = 2 \cdot G \cdot M / c^2$ , hvor $c$ er lysets hastighed.
Rødforskydning:	$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}$

### Galakser & Kosmologi

Jeansmassen:	$M_J = 100 \cdot T^{1,5} \cdot n^{-1/2} \cdot M_{\odot}$ , $T$ er gassens temperatur, $n$ er antalstæthed målt i $\text{cm}^{-3}$ og $M_{\odot}$ er Solens masse.
Ellipticiteten af en ellipsegalakse:	$n = 10 \cdot (1 - b/a)$ hvor $b$ og $a$ er hhv. galaksens lilleakse og storakse.
Hubblereationen:	$v_r = H \cdot d$ hvor $H$ er Hubbleparameteren og $d$ er

	afstanden til galaksen.
Skalafaktoren:	$r(t) = R(t) \cdot r_0(t)$
Rødforskydningen og skalafaktoren	$R(t) = \frac{1}{1+z}$
Kritisk massefylde for stof:	$\rho_c = \frac{3 \cdot H_0^2}{8 \cdot \pi \cdot G}$
Kritisk energitæthed for mørk energi.	$\rho_{vak} = \frac{\Lambda}{3 \cdot H_0^2}$
Tæthedsparemeteren:	$\Omega = \frac{\rho_{stof}}{\rho_c} + \frac{\rho_{mørk\ energi}}{\rho_c}$
For parabolisk univers gælder:	$R(t) = (1,5 \cdot H_0 \cdot t)^{2/3}$
År 2003 modellen. (Den hidtil bedste.)	$R(t) = 0,4862 \cdot (e^{0,08544 \cdot t} - e^{-0,08544 \cdot t})^{2/3}$

### Forskellige konstanter og talmål:

Rekta-ascension, RA, eller $\alpha$ :	$1^h = 15^\circ$ , $1^m = 15'$ , $1^s = 15''$
Deklination, $\delta$ :	$1^\circ = 60' = 3600''$ , dvs. $1' = 1/60^\circ$ og $1'' = 1/3600^\circ$
Jordens ækvator-(pol-) radius, $R_\oplus$ :	6378,16 km/6356,78 km.
Jordens masse, $M_\oplus$ :	$5,976 \cdot 10^{24}$ kg.
Solens radius, $R_\odot$ :	$6,96 \cdot 10^8$ m
Solens masse, $M_\odot$ :	$1,989 \cdot 10^{30}$ kg
Solens luminositet, $L_\odot$ :	$3,826 \cdot 10^{26}$ W
Solens tilsyndeladende størrelsesklasse, m:	-26,82
Solens absolutte størrelsesklasse, M:	4,75.
Månens radius, $R_\text{J}$ :	1738 km
Månens masse, $M_\text{J}$ :	$7,348 \cdot 10^{22}$ kg
Månens middelfstand fra Jorden:	384399 km
1 astronomisk enhed, AU:	$149,6 \cdot 10^6$ km
1 parsec, pc:	1 pc = 206265 AU
1 lysår, Ly:	1 Ly = $9,461 \cdot 10^{15}$ m = 1/3,26 pc

Lysets hastighed:	$c = 2,99792458 \cdot 10^8$ m/s
Coulombs konstant:	$k_C = 8,99 \cdot 10^9$ N·m <sup>2</sup> /C <sup>2</sup>
Boltzmanns konstant:	$k = 1,381 \cdot 10^{-23}$ J/K
Gaskonstanten	$R = 8,31$ J/(Kmol)
Hubbleparameteren:	$H = 71,4 \pm 4$ km/(s·Mpc). (2004.)
Gravitationskonstanten:	$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N·m <sup>2</sup> /kg <sup>2</sup>
Plancks konstant:	$h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s
Stefan-Boltzmanns konstant:	$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ W/(K <sup>4</sup> ·m <sup>2</sup> )
Atommasseenheden:	$1 m_u = 1,660571 \cdot 10^{-27}$ kg.
Jordens sideriske omløbstid:	$T_J = 365,256361$ middelsoldøgn
Siderisk måned	$T_D = 27,321661$ middelsoldøgn