

# Væskers bevægelse i kapillarrør

Morten Christensen & Adam Cohen Simonsen

Januar 2011

## **Indledning**

Denne øvelsesvejledning beskriver 1 øvelse, der er en del af det tilbud der gives til Gymnasie-, HF- og HTXklasser om besøg i Syddansk Universitets ScienceLab i Odense. Øvelsen omhandler Væskers Bevægelse i Kapillarrør. Øvelsen udføres i grupper af hver 2-3 personer og øvelserne har en varighed af ca. 3 timer. For at kunne nå dette er det derfor vigtigt inden kurset at have gennemgået de vigtigste emner i den teoretiske del af øvelsesvejledningen.

## **Opgaver**

Vejledningen til øvelsen omhandler Kapillareffekten og det er vigtigt for at få en grundlæggende forståelse af emnet, at der både bliver arbejdet i laboratoriet samt lavet opgaver for at der kan drages konklusioner. Den teoretiske del af vejledningen er udarbejdet til 3.g studerende, men der kan af den individuelle lærer udtages emner, der kan arbejdes dybere i, ligesom der er områder der kan udelades hvis eleverne ikke på daværende tidspunkt er nået dertil i undervisningen. Det er en god idé at have gennemgået det grundlæggende inden øvelsesstart.

## **Vigtige ting vedrørende selve øvelsesdagen**

- I er selv ansvarlige for at gemme alle relevante data, figurer, billeder, grafer og lignende, i vil bruge senere, inden i forlader øvelses lokalet. Det er derfor praktisk at medbringe en USB nøgle til dette formål (enten i hver gruppe eller hver person).



Figur 1: *ScienceLab på SDU er placeret i fysiks øvelseslaboratorier.*

## Indhold

<b>1</b>	<b>Vands bevægelse</b>	<b>4</b>
1.1	Overfladespændingen . . . . .	5
1.2	Den kappillære effekt og overfladespænding . . . . .	6
1.3	Surfaktanter og den hydrofobe effekt . . . . .	8
1.4	Den kritiske micelle koncentration (CMC) . . . . .	10
<b>2</b>	<b>Øvelse i Kapillareffekten</b>	<b>11</b>
<b>3</b>	<b>APPENDIX</b>	<b>14</b>

# 1 Vands bevægelse

Det kan være uundgåeligt inden for biologi, biofysik eller bioteknologi, ikke at komme i kontakt med, eller teoretisk at skulle behandle, biologiske systemer og de flydende medier som f.eks. celler er en del af. Vand er en essentiel del af biologien og øvelserne i denne vejledning behandler to emner inden for dette: kapillareffekten og surfaktanters indflydelse på kapillareffekten.

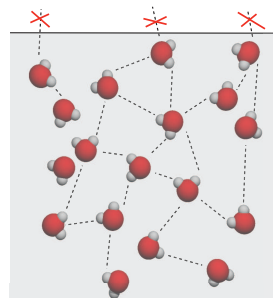
Den person første til at beskæftige sig med kapillare kræfter var Francis Hauksbee, der i 1709 udgav en bog med eksperimenter. Ikke så lang tid senere fik Dr. James Jurin bevist at bevægelsen kun afhang af tykkelsen af kapillærrøret. Bevægelsen opstår som følge af forskellen mellem de intermolekulare kræfter, kaldet overfladespændingen, der virker sammentrækkende på væsken og interaktionen med siderne i den kapillære rør. Eksempler kan være meget tynde rør eller årer og bevægelsen i meget porøse materialer.

Eksempler kendes fra hydrologiens verden, hvor grundvandets bevægelse gennem jorden skyldes de intermolekulare kræfter i overfladespændingen, kombineret med vandets tiltrækning til jordpartiklerne. Et andet eksempel er fra kemiens verden hvor kapillær bevægelse i Thin Layer Chromatography TLC får væsker til at stige op gennem et porøst silicamateriale.

Den modsatte effekt er også tilstede, hvis man ser på kviksølvtermometre. Her er de intermolekulare kræfter stærkere end tiltrækningen til det glasrør kviksølv befinder sig i og derfor danner kviksølv i stedet en konvex meniskus der tvinger væsken ned og ikke op i røret. Et godt billede af vands overfladespænding og evne til at minimere overfladearealet, kan ses i figur (2).



Figur 2: viser et billede af en dråbe vand frit svævende på en rumstation fra <http://abcnews.go.com>



Figur 3: viser  $H_2O$  stabiliseret i vand ved hydrogen bindinger og hvordan disse mangler i grænsefladen mellem vand og luft.

## 1.1 Overfladespændingen

Overfladespænding kan bedst beskrives som den overfladekraft væsker besidder til at modstå ydre påvirkninger. Den kommer til udtryk i væskers tilbøjelighed til at trække sig sammen. Denne effekt varierer fra væske til væske. Årsagen kan findes ved at se på vand, der består af  $H_2O$  molekyler der i et tetrahedralt mønster bliver holdt sammen af hydrogenbindinger, som skitseret i figur (3). Netværket opnår den laveste fri energi ved at maksimere entropi ('uorden').

I grænsefladen mellem vandet og luften omkring dråben, vil der være  $H_2O$ -molekyler der har færre nabomolekyler. De manglende bindinger gør at vandmolekyler i overfladen har en højere energi end molekyler inde i dråben. Et system vil søge mod den tilstand som har lavest energi. Denne energiforskel giver derfor anledning til en kraft som trækker overfladen sammen. Siden en kugleformet dråbe er den form der tillader dette bedst, er det den form væsken ideelt antager. Den kraft per længdeenhed som virker i overfladen giver os definitionen af overfladespændingen.

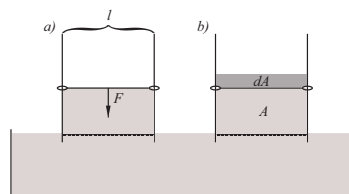
Hvis man ser bort fra tyngdekraftens påvirkning og forestiller sig et system som vist i figur (4) kan overfladespændingen  $\gamma$ , enten defineres som:

$$\gamma = \frac{F}{2l} \quad (1)$$

Eller hvis man ser det som en ændring i energien  $E$ , ved en tilvækst af arealet på følgende måde:

$$\gamma = \frac{dE}{dA} \quad (2)$$

Enheden for overfladespændingen da  $[\gamma] = [J/m^2] = [N/m]$ . for henholdsvis ligning 1 og 2 I Ligning (1) deles med 2 da der i er to overflader og kraften derfor også er til stede på den modsatte side af det viste wire-loop.



Figur 4: viser et wire-loop med en tråd der kan bevæge sig vertikalt. a) hvor  $l$  er bredden på wiren og  $F$  er den kraft der "trækker" i wiren som følge af overfladespændingen. b) er den samme opstilling hvor en ændring i wiren kan ses som et udtryk for en ændring af arealet.

## 1.2 Den kapillære effekt og overfladespænding

I det specielle tilfælde hvor en væske befinder sig i et kapillarrør og interagerer med siderne i røret, kan der ske en ud af to ting: Siderne på røret vil enten have en tiltrækkende (som ved vand) eller en frastødende (som ved kviksølv) effekt på væsken. I begge tilfælde vil væskeoverfladen bøje af og tvinge væskesøjlen til enten at stige eller falde. Dette ses ved alle væsker og kontaktvinkelen  $\theta$  der opstår mellem væske og materialet er af afgørende betydning for de egenskaber vi ønsker at undersøge. For et glas kapillarrør vil siderne være hydrofile og væskestanden stiger i røret når vand bliver tilsat. Kviksølv vil omvendt ikke tiltrækkes og væskestanden vil derfor falde.

I begge tilfælde (og andre for simple væsker af denne type), vil den drivende kraft være interaktionen med siderne og her kan overfladespændingen relateres direkte til væskestanden  $h$ , samt vinkelen  $\theta$  beskrevet tidligere. Hvis vi ser nærmere på et system som i figur (5) vil kraften  $F_\gamma$  være relateret til omkredsen af væskeoverfladen og vinkelen på den meniskus der bliver dannet i væskeoverfladen ved relationen:

$$F_\gamma = 2\pi r \gamma \cos(\theta) \quad (3)$$

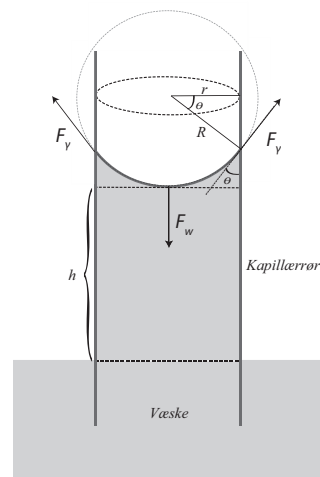
Her er radius  $r$  på kapillærrøret forholdet mellem radius  $R$  af sfæren, som meniskus er et udsnit af, og vinkelen gennem følgende relation:

$$R \cos \theta = r \quad (4)$$

Kraften  $F_w$  der påvirker søjlen i nedadgående retning er defineret ved massen  $m_w$  ganget med tyngdeaccelerationen  $g$ . Siden  $m_w = V\rho$  hvor  $\rho$  er densiteten og  $V$  er volumen, kan disse kombineres til:

$$F_w = V\rho g \quad (5)$$

I det specielle tilfælde hvor væskesøjlen ingen acceleration er  $\vec{F} = 0$  og så må kræfterne  $F_\gamma + F_w = 0$ . Da det i røret gælder at  $V \approx r^2\pi h$  kan  $\gamma$  isoleres



Figur 5: væskestand og dimensioner i et kapillærrør nedsænket i en væske der tiltrækkes af siderne i røret (I vores tilfælde vand).

ved:

$$\begin{aligned} F_w &= F_\gamma \\ &\Downarrow \\ r^2 \pi h \rho g &= 2 \pi r \gamma \cos(\theta) \\ &\Downarrow \\ \gamma &= \frac{\rho g h r}{2 \cos(\theta)} \end{aligned} \tag{6}$$

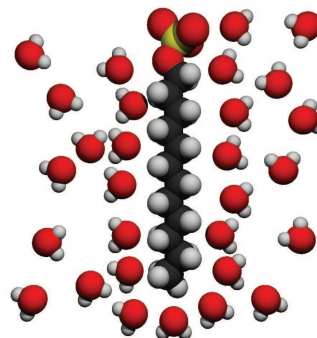
Ligning (6) er den endelige ligning, der beskriver overfladespændingen for simple væsker i et kappillærrør. I ligningen er der taget højde for at  $\gamma$  kan ændre sig hvis vi tilsætter nogle molekyler (mere præcist surfaktanter) til væsken, det er dog ikke givet hvordan den vil variere. Det vil vi se nærmere på i næste afsnit.

### 1.3 Surfaktanter og den hydrofobe effekt

Vi skal nu se på hvordan overfladeaktive molekyler, også kaldet surfaktanter, påvirker overfladespændingen. Det er vigtigt at forstå hvilke kræfter der gør at surfaktanter aggregerer i overfladen. Forestiller vi os et system som i figur(6), kan man se den ufavorable situation som opstår mellem surfaktanterne og vand. H<sub>2</sub>O molekylerne er tvunget til acceptere tilstedeværelsen af surfaktanternes fedtkæder ved at bryde hydrogenbindinger mellem vandmolekyler, vist i figur (3). En sådan tilpasning vil medføre et fald i systemets entropi da vandmolekylernes netværk udenom surfaktanterne bliver mere ordnet. Siden systemet vil forsøge at maksimere entropien kan dette bedst opnås ved at H<sub>2</sub>O molekylerne ikke skal bryde det netværk af hydrogenbindinger der er i opløsningen. For at dette kan lade sig gøre samler surfaktanterne sig i overfladen, pegende med deres hydrofile hoved ned mod væsken og bidrager derfor ikke til et fald i entropi. Alle surfaktanter ender ikke i overfladen, men der indstiller sig en ligevægt,  $K$ , mellem surfaktanter i opløsningen og surfaktanter i overfladen. Dækningsgraden  $\eta$  i overfladen er relateret til ligevægtskonstanten  $K$  mellem disse og til koncentrationen  $c$  af surfaktanter i bulk. Dette kan beskrives ved en såkaldt Langmuir isoterm som har formen:

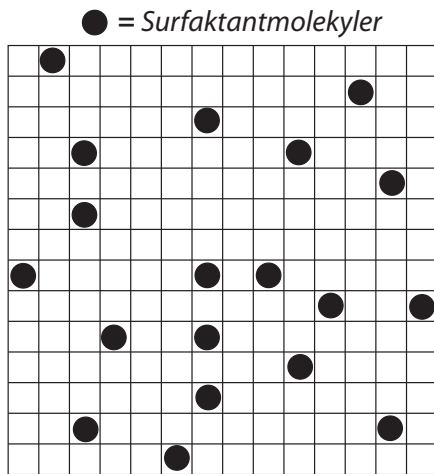
$$\eta = \frac{Kc}{Kc + 1} \quad (7)$$

Isotermen for ligning(7) ser ud som vist i figur(8). Dette er den samme relation, som antallet af molekyler i overfladen i forhold til samlede antal sites vist i figur (7).

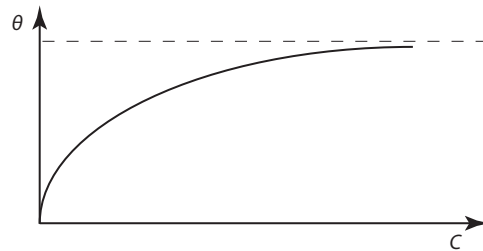


Figur 6: viser SDS (Sodium Dodecyl Sulphate) i vand





Figur 7: viser dækningsgraden ved  $n$  surfaktantmolekyler, på et udsnit i overfladen af væsken med  $n_{total}$  sites tilgængelige

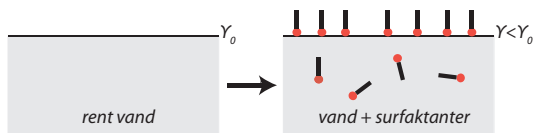


Figur 8: viser Langmuir-isotermen for ligevægten mellem surfaktanter i overfladen og i bulk. Den stiplede linier der hvor der er fuld dækning

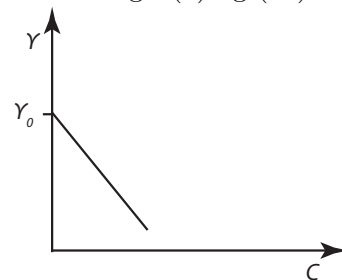
I takt med at overfladen fyldes med surfaktanter og dennes koncentration stiger, falder overfladespændingen. Ved lave koncentrationer er Langmuir-isotermen lineær og i dette regime kan man udlede følgende udtryk for ændringen i overfladespændingen:

$$\gamma = \gamma_0 - k \cdot C \quad (8)$$

hvor  $\gamma_0$  er overfladespændingen før tilsætning af surfaktanter (rent vand),  $C$  er koncentrationen af surfaktant og  $k$  er en konstant, karakteristisk for systemet. En skitsering af grafen for ligning(8) er vist i figur(9) og (10).



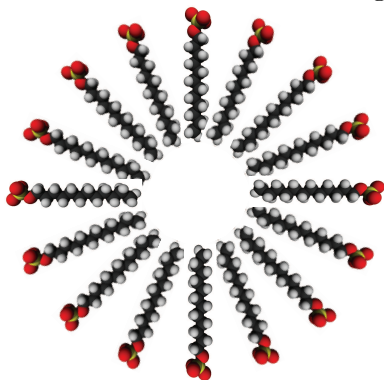
Figur 9: Viser hvordan surfaktanter lægger sig i overfladen af vand og dermed sænker overfladespændingen



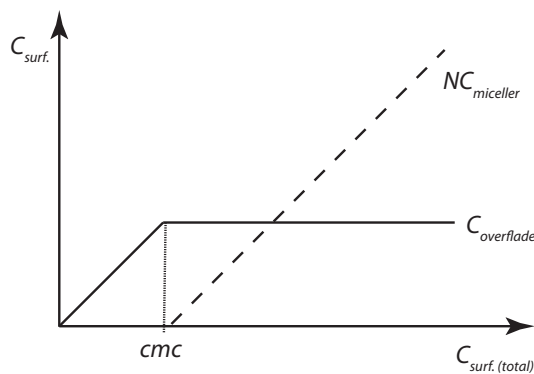
Figur 10: viser den lineære sammenhæng med koncentration af surfaktanter og overfladespænding

## 1.4 Den kritiske micelle koncentration (CMC)

Når man øger koncentrationen af surfaktanter i opløsningen vil de på et tidspunkt gå fra at være opløst som enkelte molekyler (monomere) til også at danne aggregater. Den type aggregat som dannes afhænger generelt af hvilken geometrisk form som surfaktantmolekylerne har. Vores molekyler har en kegleformet geometri som favoriserer kugleformede aggregater, hvor fedtkæderne peger mod centrum. En sådan struktur kaldes en micelle. Denne struktur er vist i figur(11). Dannelsen af miceller sker ved en karakteristisk koncentration kaldet den *kritiske micelle koncentration* (CMC = critical micelle concentration). Ved yderligere tilsættelse af surfaktanter vil disse gå til dannelsen af nye miceller istedet for at øge koncentrationen af monomere. Pga. denne mekanisme vil koncentrationen af monomere være konstant over CMC. Dette er illustreret i figur(12):



Figur 11: Viser en micelle der vender de kegleformede surfaktanter med den hydrofile ende mod vandet og den hydrofobe mod centrum

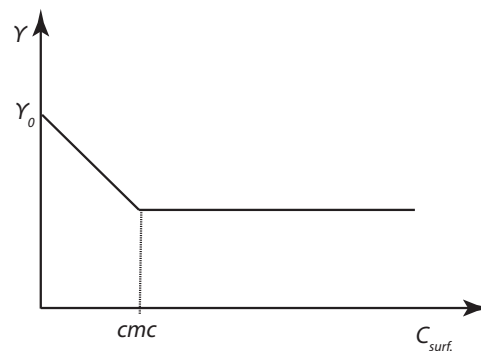


Figur 12: Viser hvordan koncentrationen af monomere går fra at stige, til at blive konstant over CMC. Efter CMC er det kun koncentrationen af miceller der stiger

## 2 Øvelse i Kapillareffekten

### Formål

Siden miceller der dannes kun er tilstede i opløsningen, er det kun monomere der er overfladeaktive. Pga. dette er det kun monomererne der bidrager til en sænkning af overfladespændingen og det kan derfor konkluderes at overfladespændingen efter  $CMC$  må være konstant. Øvelsens formål vil derfor være at måle overfladespændningen som funktion af surfaktantkoncentrationen og derved finde  $CMC$ . Dette kan gøres efter øvelsen ved en graf som i figur(13):



Figur 13: viser overfladespændingen som funktion af concentrationen af surfaktanter

### Spørgsmål:

- *Hvad er mekanismen for at fjerne fedt og urenheder med sæbe?*
- *Hvilke sæber vil være mest effektive til rengøring?*
  - *Dem med høj CMC?*
  - *Dem med lav CMC?*

## Øvelsen

Øvelsen foregår ved at måle væskestanden i kapillarrør af samme diameter, men forskellige koncentrationer af surfaktanter. Ud fra en stamopløsning af 0.02M Natrium Lauryl Sulphat skal i fremstille opløsninger med forskellige koncentrationer. Før dette kan ske skal i regne ud hvor store mængder i skal bruge af stamopløsningen og destilleret vand. Til jeres rådighed har i pipetter og målekolber.

Udfyld skemaet med de manglende koncentrationer:

*(De sidste 3 opløsninger laves nemmest ved at lave en anden stamopløsning på 0.002M og gå ud fra denne)*

Opl nr.	Conc.	mL $H_2O$	mL stamopl	Væskestand
1	0.02M			
2	0.015M			
3	0.01M			
4	0.008M			
5	0.005M			
6	0.002M			
7	0.001M			
8	0.5mM			
9	0.2mM			
10	0.1mM			

## Fremgangsmåde

I det lille kar med plads til 5 kapillarrør sættes 3 rør op. Der hældes der op i karret med rent destilleret vand. Vent 1 minut og efterfyld eventuelt med vand hvis væskestanden er faldet under kanten af karret. Herfter måles højden af væskestanden: Til rådighed er en højderidser der bruges til at måle højden på væskestanden ved bunden af meniskus (Værdien er et gennemsnit af de 3 målinger noteret ved 0.1mm nøjagtighed).

Noter højden i skemaet og gentag proceduren for alle opløsninger.

*NB: det er vigtigt at karret er helt rent mellem målingerne, skyl derfor med rent destilleret vand og tør efter med en serviet.*

## Efterbehandling

For at se indflydelsen af concentrationen af surfaktanter overfladespændingen afbilled da jf. teorien overfladespændingen som funktion af concentrationen i et koordinatsystem. Det burde nu være muligt at finde *CMC*.

*HINT: Standardværdier kan findes i APPENDIX. Kontaktvinkelen mellem opløsningerne og røret antages at være den samme som for rent vand.*

### **3 APPENDIX**

Overfladespænding af rent vand ved 25 grader celsius: 71,97 mN/m  
Kapillarrørets diameter: 1,0 mm