

Kapitel 6. Solen og andre stjerner

6.1. Introduktion

Når man observerer en stjerne på himmelen, afhænger det set i høj grad af det udstyr, man benytter sig af. En kraftig kikkert bevirker, at stjernerne forekommer klarere og i større antal, og hvis man har elektronisk måleudstyr sat på kikkerten, kan man se endnu flere stjerner end normalt.

Omvendt kunne det en aften f.eks. være diset, hvilket medfører, at stjernerne ikke ser så lysstærke ud som normalt. Stjernens højde på himmelen har også betydning for hvor kraftigt den lyser. (Læseren har måske bemærket, at der tilsyneladende er færre stjerner tæt på horisonten end længere oppe.)

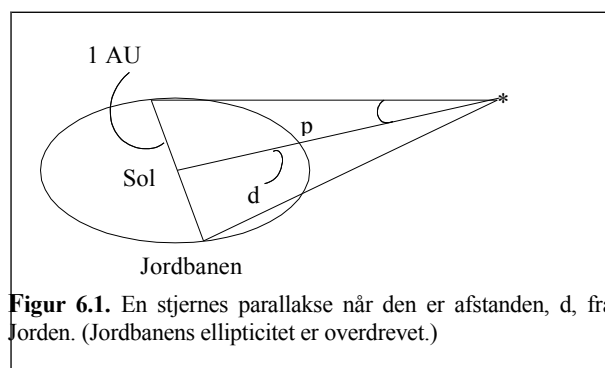
Derfor må man, hvis man vil sammenligne observationer - for eksempel lysstyrker - fra forskellige observatorer med forskelligt udstyr taget under forskellige observationsbetingelser, nødvendigvis angive resultaterne i en slags standardiserede enheder. At omregne sine egne observationer til standardiserede enheder kaldes at *kalibrere* sine målinger. Det vil vi se på senere. Men først skal vi se på en metode til at bestemme stjernerens afstand fra Jorden.

6.2. Afstandsbestemmelse ved parallaksemetoden

Læseren er sikkert bekendt med enheden, *1 lysår*, som er den afstand lyset i vakuum kan tilbagelægge på et år. Dvs. et lysår = $365,25 \cdot 24 \cdot 3600 \text{s} \cdot 2,9979 \cdot 10^8 \text{m/s} = 9,461 \cdot 10^{15} \text{m}$. En imponerende afstand.

Astronomer benytter dog normalt ikke denne enhed. I stedet benyttes enheden, parsec (forkortet pc). Denne enhed er måske mere naturligt valgt, som det følgende vil vise.

Betragt fig. 6.1. En stjernes tilsyneladende position på himmelen *varierer* i løbet af årets gang, fordi Jorden bevæger sig i forhold til den. På figuren ses stjernen yderst til højre og et tværsnit af Jordens bane ses til venstre. Jordbanens radius er 1AU. (1 *astronomical unit*. Jordens middelfstand fra Solen er defineret som 1AU.) Vinklen, p , kaldes for *parallaksen*, og den er ganske lille, men den er dog målelig for de nærmeste få tusind stjerner.



Figur 6.1. En stjernes parallakse når den er afstanden, d , fra Jorden. (Jordbanens ellipticitet er overdrevet.)

Betragt nu den retvinklede trekant øverst i figur 6.1. Tangens-reglen for retvinklede trekanter giver os:

$$\tan(p) = \frac{1 \text{ AU}}{d} \quad (6.1)$$

Eftersom p er meget lille - den er af størrelsesorden nogle buesekunder, kan man benytte en tilnærmet værdi for $\tan(p)$. Fra matematikken har man nemlig vist, at $\tan(p) \approx p$ hvis p er

væsentligt mindre end 1 radian. Dvs. formel (6.1) kan omskrives til:

$$p \approx \frac{1 \text{ AU}}{d}$$

$$\Downarrow$$

$$d = \frac{1 \text{ AU}}{p}$$

Astronomer benytter som tidligere omtalt buesekunder som vinkelenhed. Derfor er det praktisk at omregne ovenstående formel, som gælder for radianer, så vi direkte kan indsætte vinkelverdier i buesekunder. $1 \text{ rad} = 180^\circ/\pi$ og $1^\circ = 3600''$, dvs. $1 \text{ rad} = 180 \cdot 3600''/\pi = 206265''$. Altså får vi:

$$d = \frac{1 \text{ AU}}{p(\text{rad})} = \frac{1 \text{ AU}}{p('') / 206265} =$$

$$\frac{206265 \text{ AU}}{p('')} \equiv \frac{1 \text{ pc}}{p('')} \quad (6.2)$$

I (6.2) er benyttet *definitionen* at $1 \text{ pc} = 206265 \text{ AU}$. Enheden er 'naturlig,' fordi afstanden til nabostjernerne ligger i størrelsesordenen 1 pc.

Målinger har vist, at $1 \text{ AU} = 149,6 \cdot 10^9 \text{ m}$, dvs. $1 \text{ pc} = 206265 \text{ AU} = 206265 \cdot 149,6 \cdot 10^9 \text{ m} = 3,086 \cdot 10^{16} \text{ m} = 3,262 \text{ lysår}$. Eftersom et lysår og en parsec er defineret så forskelligt, er det egentlig lidt pudsigt, at enhederne pc og lysår ligger så tæt på hinanden. (6.2) giver os en formel til bestemmelse af afstande i parsec, hvis vi er i stand til måle parallaksen, p.

Øvelse 6.1. For stjernen Alpha Centauri har man målt en parallakse på $0,76''$.

- Bestem afstanden i parsec.
- Hvor lang er afstanden i km?
- Hvis et rumskib flyver 11 km/s , hvor lang tid vil det så tage at flyve ud til stjernen?

Parallaksemetoden er fra Jorden anvendelig for de stjerner, som har en parallakse over $0,01''$, dvs. omkring et par tusind stjerner. Hvis man vil benytte metoden for stjerner, som ligger endnu længere væk, må man ty til satellitter, f.eks. den europæiske Hipparcos-satellit. Den kan måle parallakser ned til $0,002''$. Derfor kan den måle afstande for omkring 10^5 stjerner.

6.3. Størrelsesklasse-systemet

Når man betragter nattehimmelen, vil man snart opdage at stjernerne ikke lyser med samme styrke. Nogle lyser kraftigt (Solen f.eks.) og andre lyser mindre kraftigt. Hvis man øver sig tilstrækkeligt længe, kan man lære at opdele stjernerne i forskellige lysklasser - også kaldet størrelsesklasser. F.eks. kunne man lægge de mest lysstærke stjerner i klasse 1, de næstmest lysstærke stjerner i klasse 2 osv.

Ovenstående metode var netop hvad antikkens astronomer gjorde, og deres metode lever - i en

lettere modificeret version - i bedste velgående den dag i dag! Det var iøvrigt Ptolemæus, som levede omkring 100 e.Kr., der først introducerede størrelsesklasser på skrift. Han inddelte stjernerne i 6 størrelsesklasser med de kraftigste stjerner i størrelsesklasse 1 og de svageste i størrelsesklasse 6. Metoden forekommer dog ikke alt for logisk, for de fleste opfatter det som en smule besværligt, at jo svagere en stjerne lyser, des større størrelsesklasse har den, men historien har bundet os til at fortsætte med at bruge det gamle størrelsesklasser system.

Lad os nu se på hvad der sker, når øjet eller et kamera modtager lyset fra en stjerne. Vi måler stjernens *tilsyneladende luminositet* l , når vi observerer denne; dvs. vi måler en effekt, som rammer et vist areal - f.eks. pupillen i øjet, en CCD-detektor eller en kamerafilm. Enheden for luminositeten er $[l] = \text{W/m}^2 = \text{J}/(\text{m}^2\text{s})$.

Nu er det sådan, at øjet opfører sig logaritmisk og ikke lineært! F.eks. vil to 40 W pærer tilsyneladende *ikke* lyse dobbelt så kraftigt som en enkel 40 W pære; selvom der kommer dobbelt så meget lysenergi ud fra de to pærer pr. sekund! Der skal altså mere end 2 pærer til, (afhængig af øjnene der ser) for at det ser ud som om, lysstyrken er fordoblet. Derfor bliver det nødvendigt, at manipulere med luminositeten, l , hvis den skal ligne det gamle størrelsesklasser system, som er indrettet efter det, øjnene ser.

I 1850 undersøgte astronomen N.R. Pogson fra Nottingham, England, Hipparchus' gamle størrelsesklasser system, og han fandt, at en forskel på 1 størrelsesklasse svarede til en luminositetsfaktor-forskel på ca. 2,5. Derfor lavede han den matematiske definition, at en forskel på netop 5 størrelsesklasser skulle svare til en faktor 100 i luminositetsforskel. ($2,5^5 \approx 100$.) Han kunne altså opskrive flg. formel:

$$l_1/l_2 = 2,5119^{m_2-m_1} \quad (6.3)$$

hvor m angiver størrelsesklassen. Læg mærke til at han korrigerede tallet 2,5, så det opløftet i 5. potens netop giver 100.

Under undersøgelsen af Hipparchus' system opdagede Pogson, at Hipparchus ikke havde været *alt* for præcis i sine angivelser af stjernernes størrelsesklasser, (Hipparchus benyttede trods alt kun sine øjne som observationsinstrument) og derfor findelte han skalaen yderligere. Derfor kan man i dag finde stjerner med størrelsesklasser, der ikke er heltallige, nogle er endog under 1 - ja selv negative værdier findes! F. eks. har stjernen Sirius (Hundestjernen) en størrelsesklasse på -1,6 og fordi vi er så tæt på Solen, har Solen en tilsyneladende størrelsesklasse på -26,7.

De absolut svageste objekter, vi i dag kan se i kikkerter, har tilsyneladende størrelsesklasser på omkring 23; dvs. skalaen strækker sig over et ganske stort interval i forhold til Hipparchus' oprindelige interval på 6 størrelsesklasser.

Eftersom øjet altså er et logaritmisk 'instrument,' og vi derfor gerne vil have et mål, der svarer til det vi ser, må vi nødvendigvis isolere m_2-m_1 i (6.3.):

$$\begin{aligned} \log(l_1/l_2) &= (m_2-m_1) \cdot \log(2,5119) = (m_2-m_1) \cdot 0,40 \Leftrightarrow \\ -2,5 \cdot \log(l_2/l_1) &= m_2-m_1 \end{aligned} \quad (6.4)$$

Bemærk minusset der fremkommer, fordi vi har ombyttet indexerne i udtrykket for log. (6.4) kan bruges til at bestemme en stjernes størrelsesklasse, når man kender størrelsesklassen for *mindst én* anden stjerne.

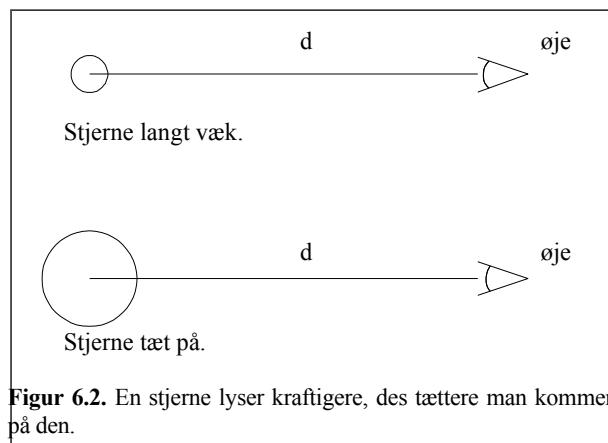
Man har dog i praksis valgt *mange* meget stabile stjerner, kaldet *standardstjerner*, til at kalibrere observationerne, så der altid vil være standardstjerner på nattehimmelen uanset tidspunkt og sted på Jorden, hvorfra der observeres. Disse standardstjerner er for eksempel anført i 'The Astronomical Almanac.'

Øvelse 6.2. Man har målt den tilsyneladende luminositet for stjernen Procyon i et sekund og den er målt til 5044 tællinger med en såkaldt CCD-detektor. Umiddelbart bagefter har man målt på Sirius i et sekund, og den tilsyneladende luminositet blev målt til 31245 tællinger. Fra tidligere ved man, at Sirius i standardenheder har en størrelsesklasse på -1,6.

Hvad er Procyons tilsyneladende størrelsesklasse?

Som en sidebemærkning kan det iøvrigt nævnes, at Procyon er den 8. mest lysstærke stjerne på nattehimmelen og den ligger i 'Lille Hund.' (Ifølge den græske mytologi er stjernebillederne Store Hund og Lille Hund jagthunde, der hjælper Orion i hans jagt.)

(6.4) er som nævnt god til at inddеле stjernerne i bestemte størrelsesklasser ud fra nogle valgte standardstjerner, men ved passende antagelser kan man manipulere den til at fortælle, hvor langt væk stjerner befinder sig. Betragt fig. 6.2. Et øje betragter en stjerne ved to afstande, d . Jo tættere man er på stjernen, des kraftigere vil den tilsyneladende lyse. Hvis det var muligt at lande på stjernen, kunne man måle hvor meget energi, der slipper ud pr. tids- og arealenhed fra overfladen, dernæst kunne man måle stjernens overfladeareal og endelig kunne den *absolutte luminositet*, L , bestemmes. (Dvs. L udtrykker en effekt og ikke effekt/areal, som den tilsyneladende luminositet gør.)



Figur 6.2. En stjerne lyser kraftigere, des tættere man kommer på den.

Det kan naturligvis ikke lade sig gøre i praksis. (Overfladen er oftest flere tusind grader varm.) Men vi kan jo også bare lægge en fiktiv kugleskal uden om stjernen i en vilkårlig afstand. Luminositeten i afstanden, d , vil naturligvis blive mindre end ved overfladen af stjernen, men til gengæld vil overfladearealet blive meget større end inde ved overfladen. Eftersom arealet af en kugleskal med radius r , er $A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$, vil vi altså i afstanden, d , måle en tilsyneladende luminositet, l , på

$$l = L/A = L/(4 \cdot \pi \cdot d^2), \quad (6.5)$$

hvor L er den absolutte luminositet, dvs. energiudstrømning pr. tid.

Man *definerer* den *absolutte størrelsesklasse*, M , af en stjerne til at være den *tilsyneladende størrelsesklasse*, m , ved afstanden 10pc. Dvs. (6.4) giver os

$$-2,5 \cdot \log(l(d)/l(10pc)) = m - M.$$

Nu kan (6.5) indsættes ovenfor på l's pladser

$$\begin{aligned}
 m - M &= -2,5 \cdot \log\left[\frac{L / (4\pi d^2)}{L / (4\pi(10pc)^2)}\right] = -2,5 \cdot \log[100 / (d / pc)^2] \\
 &\quad \Downarrow \\
 &= -2,5 \cdot \log(100) - (-2,5) \cdot 2 \cdot \log(d) \\
 &\quad \Downarrow \\
 m - M &= 5 \cdot \log(d) - 5
 \end{aligned} \tag{6.6}$$

Som udregningen ovenfor viser, er enheden for d , $[d] = pc$. Formel (6.6) fortæller altså, at hvis man kan måle en stjernes tilsyneladende størrelsesklasse, m , og man kan finde en metode til at bestemme stjernens absolutte størrelsesklasse, M , så kan man bestemme afstanden til stjernen.

Der findes heldigvis en metode til at bestemme stjernens absolutte størrelsesklasse. Den kan findes ved *spektralklassebestemmelse*, som kort omtales i afsnit 6.6. Omvendt kunne man finde stjernens absolutte størrelsesklasse, hvis man kendte afstanden til denne. Afstanden kunne for eksempel være målt ved parallakse-metoden.

Øvelse 6.3. Man har ved spektralanalyse målt Procyons absolutte størrelsesklasse, M , til +2,6.

- Løs øvelse 6.2, så Procyons tilsyneladende størrelsesklasse bliver kendt.
- Beregn afstanden til Procyon.

Vi har hele tiden antaget, at når man observerer en stjerne, måler man alle bølgelængder i lyset fra denne, men i virkeligheden er man ofte interesseret i at kigge på bestemte frekvensintervaller. Derved kan man bestemme stjernens *farveindex* samt spektralklasse og desuden dens absolutte størrelsesklasse, M . (Se afsnit 6.6.) I praksis er metoden at indsætte et farvefilter foran ens detektor og så optage typisk 3 billeder af stjernen. (Man måler ofte gennem et blå (B), et grønt (V) og et rødt (R) filter, men ultraviolette (U) og infrarøde (I) filtre bruges også til en vis grad.)

Man angiver så den tilsyneladende størrelsesklasse med bogstaverne U, B, V, R, I istedet for m . Bemærk at man her benytter store bogstaver, selvom der er tale om tilsyneladende størrelsesklasser. Farveindexerne er givet som forskellen mellem hhv. U, B, V og R. F.eks. er et farveindex givet ved U-B, et andet ved B-V og et tredje som V-R. Bemærk at man normalt ikke bruger indexerne U-R, U-V samt B-R til noget.

I (6.5) ovenfor antog vi yderligere implicit (underforstået,) at stjernelyset udsendes fuldstændigt isotropt (lige meget i alle retninger) og vi tog desuden ikke hensyn til eventuel absorption ude i rummet. Pånær nogle patologiske eksempler - f.eks. kæmper i omløb omkring kompakte objekter - udsender stjerner deres lys fuldstændigt isotropt, så den antagelse er ok. Der *findes* dog støv og lignende i universet, som kan absorbere noget af stjernelyset på dets vej ned til Jorden, men da effekten er relativt lille, vil vi fortsætte med at antage, at lyset ikke absorberes i det interstellare medium. (Stoffet mellem stjernerne.)

Der er dog en anden (lokal) effekt, som fjerner ganske meget lys, dvs. den bliver vi nødt til at tage højde for. Den behandles i det følgende.

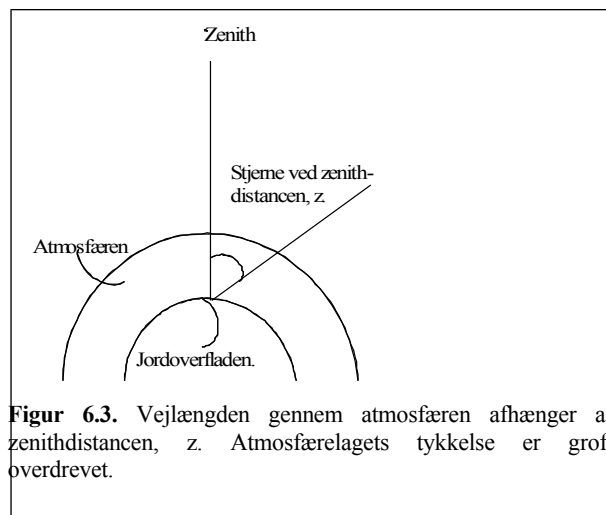
6.4. Ekstinktion

På en skyfri dag vil man ved solopgang samt solnedgang se, at Solen virker ganske rød. Når den står højt på himmelen er den derimod gul. Ændrer de fysiske processer i Solen sig i løbet af dagen eller hvad? Svaret er selvfølgelig nej. Svaret på fænomenet må søges i nærheden af Jorden.

I atmosfæren findes der støv, molekyler, vanddråber osv. Disse partikler kan absorbere eller sprede lys og effekterne afhænger af lysets bølgelængde. F.eks. kan støv i atmosfæren sprede blå lys relativt let, mens lys af længere bølgelængder har nemmere ved at slippe igennem støvet. En lysstråle, der indeholder lys med mange forskellige bølgelængder - en solstråle f.eks. - vil derfor skifte farve ved passagen ned gennem atmosfæren.

Hvis strålen skal passere et tykt lag atmosfære, vil meget blå lys blive spredt og hvis atmosfærelaget er tyndt, vil kun lidt blå lys blive spredt.

Betragt fig. 6.3. I figuren kan man se, at hvis lysstrålen passerer ned fra lodret - kaldet *zenith* - passerer den et vist lag atmosfære. Hvis den entrer atmosfæren med vinklen, z , skal den passere gennem et endnu tykkere atmosfærelag. Dvs. jo længere nede i horisonten stjernen (eller Solen) befinder sig, des mere blå lys vil blive absorberet. Derfor virker stjernerne mere røde og utydelige for store vinkler, z . Vinklen, z , kaldes iøvrigt for *zenithdistancen*.



Figur 6.3. Vejlængden gennem atmosfæren afhænger af zenithdistancen, z . Atmosfærelagets tykkelse er groft overdrevet.

Ovenstående effekt er også ansvarlig for, at himmelen er blå. (Hvis atmosfæren var lavet af større partikler, kunne himmelen have en anden farve, f.eks. grøn eller rød.)

Atmosfæren er ret forskellig som funktion af tiden, højden og vejret. Både massefylde, tryk og sammensætning ændres hele tiden og de er forskellige i forskellige højder over jordoverfladen, så det er svært at bestemme en bestemt højde for atmosfæren. Derfor definerer vi vores egen enhed, *luftmassen*, således: Hvis lyset passerer lodret ned gennem atmosfæren, så har den gennemløbet 1 luftmasse uanset atmosfærens sammensætning og aktuelle højde!

Dvs. hvis vi approksimerer (tilnærmer) atmosfæren til at være planparallel, benytter cosinusreglen for retvinklede trekanter, samt ovenstående definition, kan man beregne hvor stor en luftmasse, Λ , lyset skal passere:

$$\Lambda = 1 \text{ luftmasse} / \cos(z) \quad (6.7)$$

Øvelse 6.4. Tegn en flad jord med en planparallel atmosfære. Indtegn en stråleretning fra en stjerne med zentihdistancen, z . Vis, ved hjælp af tegningen du netop har lavet, ovenstående formel.

Figur 6.3 antyder, at formlen ikke helt passer i virkeligheden, for atmosfæren krummer jo! Men formlen passer dog ganske fint for $z < 60^\circ$. Hvis man vil have mere nøjagtige resultater viser en nøjere beregning at flg. formel gælder:

$$\Lambda = 1/\cos(z) - 0,0018167 \cdot (1/\cos(z)-1) - 0,002875 \cdot (1/\cos(z)-1)^2 - 0,0008083 \cdot (1/\cos(z) - 1)^3 \quad (6.8)$$

z indsættes i grader.

Korrektion for ekstinktion

Når en foton entrer atmosfæren, har den en vis sandsynlighed, p , for at blive absorberet pr. luftmasseenhed. Dvs. hvis vi så har l fotoner, der indløber hvert sekund, vil tilvæksten af fotonerne, dl , efter en luftmasseafstand på $d\Lambda$ være:

$$dl = -p \cdot l \cdot d\Lambda.$$

Minusset fremkommer fordi tilvæksten er negativ - der sker jo et *fald* i antallet af fotoner. (Man benytter bogstavet 'd' for 'små' tilvækster i modsætning til 'Δ' for store tilvækster.) Dvs. hvis fotonerne skal gennemløbe afstanden, Λ , får man, at der nede ved overfladen er:

$$l = l_0 \cdot \exp(-p \cdot \Lambda) \quad (6.9)$$

fotoner. l_0 angiver antallet af fotoner ved atmosfærens top.

Øvelse 6.5. Hvis du har lært integration, så prøv at integrere dig frem til (6.9.) Ellers prøv at differentiere (6.9) og kontroller. (NB: Husk at $l'(\Lambda) = dl/d\Lambda$.)

Vi ved nu nok til at bestemme den tilsyneladende luminositet for en stjerne udenfor atmosfæren. Det vil vi se på i det følgende. Antag, at vi måler på en stjerne med zenithdistance, z . Vi vil vha. (6.4) og (6.9) finde en måde, at fjerne atmosfærens afhængighed af observationen på. Vi ønsker altså at finde stjernens tilsyneladende størrelsesklasse, m_0 , *udenfor* atmosfæren. Det kan vi gøre vha. (6.9), som netop fortæller os hvor mange fotoner, der absorberes i atmosfæren. Dvs. $l_2 = l_0 \cdot \exp(-p \cdot \Lambda)$. Derudover sættes $m_2 = m$, $m_1 = m_0$ samt $l_1 = l_0$. Disse udtryk kan indsættes i (6.4)

$$m - m_0 = -2,5 \cdot \log(l_2/l_1) = -2,5 \cdot \log(l_0 \cdot \exp(-p \cdot \Lambda)/l_0) = -2,5 \cdot \log(\exp(-p \cdot \Lambda)) = +2,5 \cdot p \cdot \log(e) \cdot \Lambda \equiv k \cdot \Lambda. \Rightarrow m_0 = m - k \cdot \Lambda. \quad (6.10)$$

Ovenfor har vi benyttet, at $\log(x^a) = a \cdot \log(x)$, samt at vi ikke aner, hvad værdien af p er. Vi antager dog, at den er konstant og derfor kan vi definere konstanten $k = 2,5 \cdot p \cdot \log(e)$.

Dvs. hvis man måler en stjernes tilsyneladende størrelsesklasse for forskellige luftmasser, er det altså muligt at finde størrelsesklassen udenfor atmosfæren ved at aflæse skæringen på 2. akse på en (Λ, m) -kurve. Man kan også aflæse *ekstinktions*konstanten, k , som hældningen på grafen.

Tilpasning til standardstørrelsesklasser

Denne værdi er afhængig af de instrumenter man bruger, så for at få en standardiseret værdi, skal man også observere nogle standardstjerner, så man kan finde en sammenhæng mellem deres instrumentstørrelsesklasser og deres officielle værdi.

Dette gøres ved at foretage én måling på 7-10 standardstjerner, beregne den tilhørende luftmasse og endelig finde instrumentstørrelsesklasserne, m_{0s} , for standardstjernerne. Dernæst kan man tegne en graf med instrumentstørrelsesklasserne på 1. akse og standardstørrelsesklasserne på 2. akse; denne kalibreringskurve kan nu bruges til at bestemme standardstørrelsesklasser for alle andre observerede stjerner.

Vi har dermed vha. matematik (i store træk) lært at fjerne atmosfærens indvirkning på observationerne og samtidig standardiseret observationerne! Hvis man hader matematik, kunne man alternativt bygge en raket og sende en kikkert i omløb udenfor atmosfæren. Men det er jo i praksis en smule dyrt og vistnok en anelse mere besværligt! (Også regnemæssigt.)

Lidt Historie: Den ivrige læser ved sikkert, at astronomerne allerede har sendt indtil flere kikkerte i omløb omkring Jorden. Den mest berømte kikkert er sikkert Hubble Space Teleskopet. (HST.) Projektet blev godkendt i 1977 i den amerikanske kongres og den blev opsendt d. 24/4-1990 - en forsinkelse på 7 år! HST kostede iøvrigt knap 2 milliarder US\$ - en overskridelse af budgettet på 1,6 milliarder dollars!

Eftersom kikkertens hovedspejl var fejlkonstrueret, måtte man senere sende noget korrigerende optik op. Denne korrektion kostede omkring 400 millioner dollars - dvs. af samme størrelse som budgettet for hele kikkerten, dengang projektet blev godkendt. Man kan måske undre sig over hvorfor USA (og store dele af resten af Verden, heriblandt Danmark), brugte så enorme beløb på en enlig kikkert. Var det virkelig nødvendigt? Vi har jo allerede lært at tage højde for atmosfærens indvirkning på de tilsyneladende størrelsesklasser. Svaret på ovenstående spørgsmål er naturligvis JA!

Selvom vi kan fjerne atmosfærens indvirkning på stjerners tilsyneladende størrelsesklasser, så findes der stadigvæk en del problemer:

- Måske lyser stjernen eller objektet så svagt, at der overhovedet ikke slipper lys ned til Jorden.
- Atmosfæren virker som en linse, der sætter billedet ud af fokus. Dvs. billeder bliver slørede og vi går glip af vigtig information.
- Jordens atmosfære fjerner alt lys under en vis bølgelængde. F.eks. slipper der næsten (heldigvis vil nogen sikkert sige) ingen UV-, Røntgen- og gammastråling ned til Jorden.

Med HST kan vi observere meget fjerne og svage objekter; og da vi samtidig kigger tilbage i tiden, når vi kigger langt væk, kan vi lettere danne teorier for universets skabelse og udvikling.

Billeder af planeter og lignende bliver meget tydeligere, dvs. vi kan lære vores eget solsystem bedre at kende. En dag kan vi måske i detalje forstå, hvordan det blev skabt og hvordan det vil udvikle sig. Og endelig kan vi måske opdage fænomener, som vi aldrig ville have drømt om!

HST er kort og godt en af de 'møtrikker' i den 'maskine,' der skal hjælpe med at uddybe den viden, vi i dag har om Universets tilblivelse og udvikling. Da nogle af menneskets dybeste tanker omhandler vores skabelse og fremtid er det altså ikke uforståeligt, at der bruges mange resurser (penge) på astronomien.

Efter at vi nu har lært at foretage observationer til bestemmelse af afstande og størrelsesklasser, vil vi nu se nærmere på vores nærmeste stjerne, Solen.

6.5. Data for Solen

Vi har ovenfor set, hvordan man kalibrerer sine observationer, så de kan sammenlignes med andres. Nedenfor vil vi se på, hvad man rent faktisk har observeret for Solen.

Solen er en ganske almindelig stjerne, dvs. der findes milliarder af andre stjerner, der ligner den i kemisk sammensætning, størrelse og udstråling. Solen kaldes også for en *population I* stjerne. Som navnet antyder, findes der dermed også *population II* stjerner. Navnene refererer til de kemiske sammensætninger af stjernerne.

Hvis der er et relativt højt indhold af tungere grundstoffer - dvs. grundstoffer tungere end He-4 - kaldes stjernen en population I stjerne, og hvis indholdet er lavt, kaldes stjernen en population II stjerne. Navnene kan virke en smule misvisende, for det var population II stjernerne, der blev dannet først. Men da Solen er vores nærmeste stjernenebo, var det jo ganske naturligt at kalde stjerner med højt indhold af tunge grundstoffer for population I stjerner.

Både population I & II stjerner er primært dannet af brint (H) og helium (He), men derudover er der i population I stjerner også en lille mængde tungere grundstoffer¹. Dvs. population I stjerner må være dannet af resterne af population II stjerner. (Man antager, at det eneste sted, de tungere grundstoffer kan blive dannet, er i stjerner og i supernovaeksplosioner.)

Der er i population I stjerner ca. 67% brint, 31% helium og 2% af de tungere grundstoffer. I population II stjerner er der ca. 68% brint og 32% helium. Der er dog variationer mellem de enkelte stjerner, så for en specifik stjerne, kan indholdet godt variere omkring 10%. De ovenstående procenter er vægtprocenter.

Oftest angiver man det relative (masse)indhold af brint ved bogstavet, X, indholdet af helium ved bogstavet, Y, og indholdet af tungere grundstoffer ved bogstavet, Z; dvs.

$$X+Y+Z = 1. \quad (6.11)$$

Tabel 6.1 angiver forskellige karakteristika for Solen.

Solens radius.	R	$6,9599 \cdot 10^8 \text{m}$
Solens masse.	M	$1,989 \cdot 10^{30} \text{kg}$
Solens luminositet.	L	$3,826 \cdot 10^{26} \text{W}$
Tilsyneladende størrelsesklasse i V-båndet.	V	-26,74
Tilsyneladende størrelsesklasse i B-båndet.	B	-26,09
Tilsyneladende størrelsesklasse i U-båndet.	U	-25,96
Bolometrisk ^{*)} størrelsesklasse.	M_{bol}	-26,82
Absolutte størrelsesklasse i V-båndet.	M_V	4,83
Absolutte størrelsesklasse i B-båndet.	M_B	5,48
Absolutte størrelsesklasse i U-båndet.	M_U	5,61
Absolutte bolometriske størrelsesklasse.	M_{bol}	4,75
Spektral type.		G2V
Middelfstand fra Jorden.	1 AU	$149,6 \cdot 10^9 \text{m}$

*) Bolometrisk størrelsesklasse betyder den totale størrelsesklasse målt uden filtre af nogen art.

Tabel 6.1.

6.6. Observationer af Solen og andre stjerner

¹ Population II stjerner beriges naturligvis også af tungere grundstoffer efterhånden som He-4 omdannes til tungere grundstoffer. Deres relative indhold er bare lavere end for population I stjerner.

6.6.1. Stefan-Boltzmanns strålingslov

I afsnit 6.3 kiggede vi på størrelsesklasser og indså, at de beskriver et mål for luminositeten. Men vi kiggede ikke på, hvordan energiudstrålingen i stjerner kan beskrives. Det viser sig, at flg. formel beskriver luminositeten af en stjerne ganske præcist:

$$L = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T_{\text{eff}}^4 \quad (6.12)$$

Denne lov kaldes Stefan-Boltzmann's lov. σ kaldes for Stefan-Boltzmann's konstant og $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$; R er stjernens radius og T_{eff} er stjernens *effektive* temperatur. Man kalder temperaturen 'effektiv,' fordi formlen ikke passer helt nøjagtigt, hvis man indsætter stjernens rigtige overfladetemperatur, en temperatur der er lidt lavere end den effektive temperatur. Dvs. for at få den rigtige luminositet, må man ikke bruge stjernens overfladetemperatur, men derimod en temperatur, der findes lidt dybere nede i stjernen. Forskellen mellem den effektive temperatur og overflade-temperaturen er ikke stor (nogle få hundrede kelvin ud af flere tusind), så man begår ikke nogen større fejl ved at sætte den effektive temperatur lig med overfladetemperaturen.

Øvelse 6.6. Find Solens effektive temperatur vha. tabel 6.1 i afsnit 6.5.

6.6.2. Spektraltyper

I tabel 6.1 er Solens spektraltype nævnt. Herunder vil vi se på, hvad spektraltype-bestemmelse er for noget. Spektraltypebestemmelse er godt at kunne udføre, da et spektrum blandt andet fortæller om grundstofsammensætningen i Solen. Desuden kan man bestemme temperaturen eller farveindexet for en stjerne, og dermed kan afstanden til en stjernebue f.eks. bestemmes. F.eks. kan man først bestemme farveindexet for en stjerne og dernæst ved hjælp af figur 6.6 og figur 6.7 bestemme stjernens absolutte størrelsesklasse. Endelig kan man ved hjælp af formel (6.6) bestemme afstanden til stjernen.

For overhovedet at kunne komme i gang, skal man altså først have konstrueret sammenhænge som dem, der er vist i figur 6.6 og 6.7. Det kræver, at man til at starte med kan bestemme afstanden til bestemte stjerner i en hob. Hvis man gør dette upræcist bliver alle fremtidige afstandsbestemmelser også upræcise; derfor er det vigtigt at kunne bestemme afstande præcist på anden vis. (F.eks. ved hjælp af parallaxemetoden.)

Når lyset i en stjerne skal gennem dens atmosfære og ud i verdensrummet, vil nogle af fotonernes energier være identiske med nogle overgangsenergier i atmosfæreatomernes elektrontilstande. Derfor absorberes fotonerne ofte af stjerne-atmosfærens atomer. Efter et stykke tid henfalder atomet igen, ofte under udsendelse af en foton med samme energi, som den absorberede; men nu kan den nye foton blive sendt i en vilkårlig retning i forhold til den oprindeligt absorberede foton. (Se figur 6.4.) Derfor vil det se ud som om, der mangler noget lys i det lys, vi detekterer. I et spektrum vil der altså mangle nogle frekvenser og det kan vi se som mørke linier i spektret.

Hvis der ikke er de samme slags grundstoffer i 2 stjerners atmosfærer vil spektrene fra de 2 stjerner heller ikke være ens. Hvis den ene yderligere producerer lys med en anden frekvensfordeling, f.eks. fordi den er tungere (varmere), vil spektrene helt klart blive forskellige. (En meget varm stjerne kan anslå atomer op i en højere energitilstand, end en koldere stjerne

kan.)

Det viser sig, at der i store træk findes syv forskellige typer af stjernespektre, dvs. man kan inddеле stjerner i 7 *spektralklasser*. Klasserne har hver især fået et bogstav som kendetegn og de er som følger:

O, B, A, F, G, K, M.

Der ligger ikke nogen særlig mening bag hver enkelt bogstav, så man kunne ligeså godt have benyttet rækkefølgen A, B, C osv. Det var iøvrigt sådan, man oprindeligt gjorde, men ved efterfølgende revisioner, opdagedes det, at flere 'forskellige' typer faktisk i store træk var ens, og så fjernede man bare de overflødige spektralklasser. Derfor er eftertiden blevet ladet tilbage med ovenstående bogstavinddeling. Hvis læseren synes, at bogstav-rækkefølgen er svær at huske, kan det måske hjælpe lidt at huske følgende mnemonic i stedet for:

Oh Be A Fine Girl/Guy, Kiss Me.

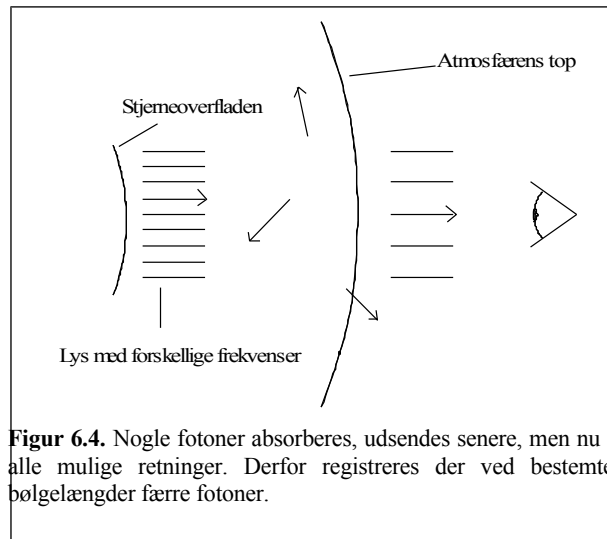
Alt efter ens smag.

Foruden ovenstående bogstavinddeling har man delt hver enkelt spektralklasse op i 10 underklasser; f.eks. betyder G5 at stjernen tilhører spektralklasse, G, og at den ligger i 6. undergruppe. (Man starter fra 0.)

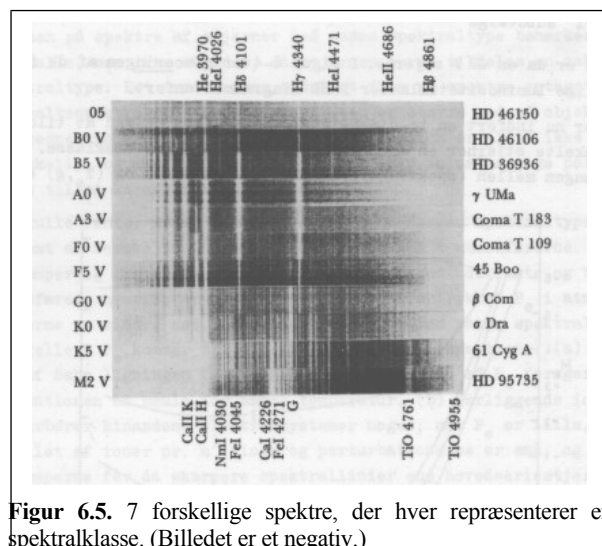
Figur 6.5 viser eksempler på de 7 forskellige spektralklasser og tabel 6.2 uddyber forskellene på de enkelte spektre. Endelig angives ofte et romertal ved angivelsen af spektraltypen. F.eks. er Solens spektraltype G2V. V betyder at stjernen ligger på hovedserien, som bliver nærmere forklaret i afsnit 6.6.3. Der findes også betegnelserne I, II, III, IV samt VI. De vil ligeledes blive forklaret i afsnit 6.6.3.

Som læseren måske kan se, er det forbundet med visse vanskeligheder at bestemme en stjernes spektralklasse ordentligt. For det første skal man optage et spektrum af stjernen, man betragter. Dernæst skal alle linierne identificeres, hvilket er ganske tidskrævende (og indviklet), og endelig skal man sammenligne med spektre fra andre stjerner. Heldigvis er der en anden og noget lettere metode til at bestemme spektralklassen.

Man kan først finde *farveindexerne* for stjerner med allerede bestemt spektralklasse. (Metoden er



Figur 6.4. Nogle fotoner absorberes, udsendes senere, men nu i alle mulige retninger. Derfor registreres der ved bestemte bølgelængder færre fotoner.



Figur 6.5. 7 forskellige spektre, der hver repræsenterer en spektralklasse. (Billedet er et negativ.)

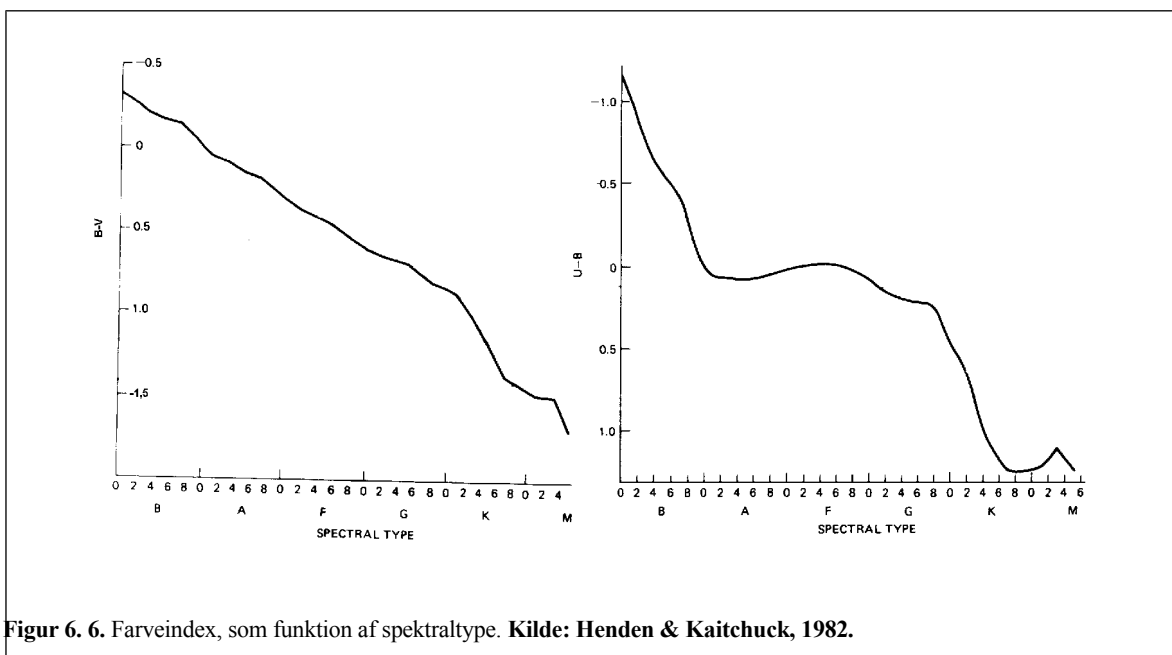
beskrevet i afsnit 6.3.) Når både spektralklasse og farveindex er bestemt for en mængde stjerner, kan man lave en graf, der beskriver sammenhængen mellem farveindex og spektralklasse, og den graf kan så benyttes til at bestemme spektralklassen for andre stjerner. (Det er nemlig ganske nemt at finde farveindexet for en stjerne.)

O	Varme stjerner; meget lys i UV-området. HeII ^{*)} -absorptionslinier, linier fra stærkt ioniserede atomer. Svage H-linier. $T_{\text{eff}} > 25000\text{K}$.
B	HeI-linier for B0-B2; ingen HeII efter B0; H-linier ved omtrent B5-B9. $12000\text{K} < T_{\text{eff}} < 30000\text{K}$.
A	H-linier maksimale ved A0; CaII-linier forstærkes her; svage neutrale metallinier opstår. $7500\text{K} < T_{\text{eff}} < 11000\text{K}$.
F	H-linier bliver svagere her; CaII bliver endnu stærkere; metal-linier øges i styrke. (Både ioniserede og neutrale linier.) $6000\text{K} < T_{\text{eff}} < 7500\text{K}$.
G	CaII (H- og K-skals linier) bliver kraftige; ligeså Fe og andre metal-linier; H-linier meget svage; CH-bånd opstår. $5000 < T_{\text{eff}} < 6500\text{K}$.
K	Metal-linier dominerer; kontinuum bliver svag i det blå område; molekylebånd bliver stærke. (CN, CH.) $3500\text{K} < T_{\text{eff}} < 5000\text{K}$.
M	TiO-bånd dominerer; Stærke neutrale metal-linier. $T_{\text{eff}} < 3500\text{K}$.

*) HeI betyder neutral helium, HeII betyder 1 gang ioniseret helium osv.

Tabel 6.2.

Fig. 6.6 viser sammenhængen mellem spektraltype og farveindex.



Figur 6. 6. Farveindex, som funktion af spektraltype. Kilde: Henden & Kaitchuck, 1982.

Øvelse 6.7. Tabel 6.1 viser størrelsesklasserne i U-, B- og V-båndene for Solen.

a) Beregn U-B samt B-V farveindexerne.

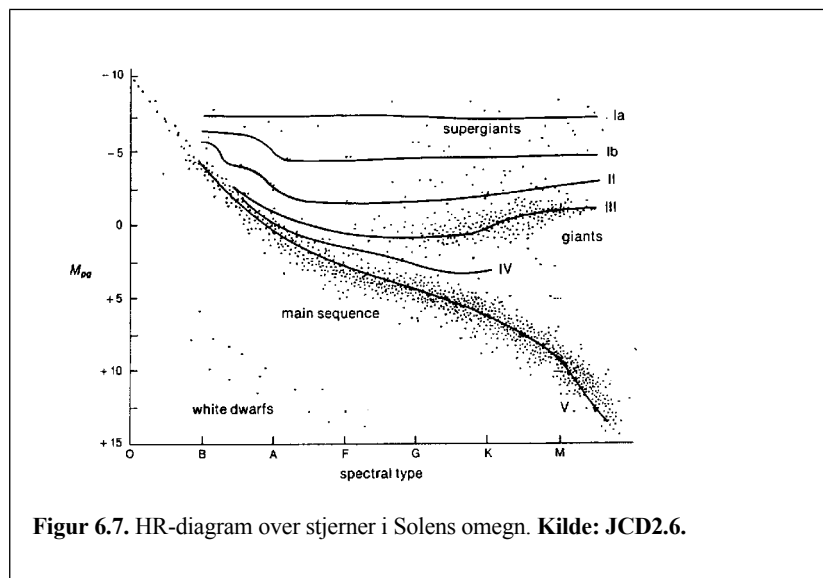
b) Find spektraltypen for Solen og sammenlign med den opgivne i tabel 6.1.

Som vi lige har set kan størrelsesklasser, bestemt i forskellige frekvensbånd for en stjerne, bruges til at bestemme en stjernes spektralklasse. De kan dog bruges til endnu mere.

6.6.3. HR-diagrammer

Den danske astronom Ejnar Hertzsprung afbilledede i 1911 en hobs stjerners tilsyneladende størrelsesklasser, m , som funktion af deres spektralklasse. Uafhængigt af ham lavede den amerikanske astronom Henry Norris Russell noget lignende. Han plottede den absolutte størrelsesklasse, M , som funktion af spektralklassen. Begge astronomer opdagede det samme. Der var et bestemt mønster, som måske kunne bruges til at ekstrahere information om stjernerne. I dag definerer man et *Hertzsprung-Russell* diagram (HR-diagram i daglig tale) som en graf, hvor man plottes en variabel, der beskriver stjernens lysstyrke mod en variabel, der beskriver stjernens temperatur. F. eks. kan 1.-aksen være temperatur, spektralklasse eller farveindex og 2.-aksen kan være absolut/tilsyneladende størrelsesklasse eller luminositet.

Figur 6.7 viser et HR-diagram for stjerner i Solens omegn. Spørgsmålet nu er så, hvordan HR-diagrammet skal fortolkes. I diagrammet i fig. 6.7 er hobens stjerner beliggende indenfor et relativt lille område, dvs. det er sandsynligt, at de er blevet dannet på samme tidspunkt og af den samme gassky. Den overordnede parameter, der styrer de enkelte stjerners forskellighed, kan så antages at være massen. Dermed kan man lave teoretiske modeller for stjerners udvikling;



modeller, hvis opbygning vi ikke vil komme nærmere ind på her. Disse modeller forudsiger, hvordan HR-diagrammerne skal se ud til forskellige tidspunkter. Ved så at sammenligne modellerne med de observerede HR-diagrammer, kan man kontrollere, om modellerne passer. (Hvis modellens parametre kan afpasses sådan, at modellen reproducerer det observerede, kan modellen bruges til at forklare HR-diagrammets struktur.)

Lad os allerførst lave en overordnet betragtning af figur 6.7. Det lange bånd, som er angivet med betegnelsen, 'main sequence,' er den fase af stjernens liv, hvor der foregår brintforbrænding i kernen. (Afsnit 6.7 beskriver nogle enkelte vigtige fusionsprocesser i stjerners indre.) Jo større massen af stjernen er, desto kraftigere lyser den, og jo længere oppe ligger den på hovedserien. Solen er som bekendt en G2V stjerne med en absolut størrelsesklasse på $M = 4,75$; dvs. den ligger på den nedre del af hovedserien.

Når brinten i stjernernes indre er brugt op, udvider stjernen sig og bliver til en kæmpestjerne. Ergo har den en høj luminositet (den er meget stor), dvs. den absolutte størrelsesklasse er lille. Der findes primært 'kølige' (røde) kæmpestjerner, dvs. deres spektralklasser er primært G, K og

M. Derfor må stjernerne, der ligger allerøverst til højre i HR-diagrammet, være store og røde. I HR-diagrammet er (super)giganterne betegnet med romertallene Ia, Ib, II, III, IV. Betegnelserne er nærmere beskrevet i tabel 6.3.

Længst nede til venstre findes en serie meget varme stjerner. (Sammenlign deres spektralklasse med tabel 6.2.) Deres absolutte størrelsesklasse er dog ganske stor, hvilket vidner om en lav luminositet. Ifølge Stefan-Boltzmanns lov (6.12) må det betyde, at deres radius er ganske lille. Derfor kaldes de hvide dværge. (Hvide, fordi varme stjerner lyser blå-hvidt.)

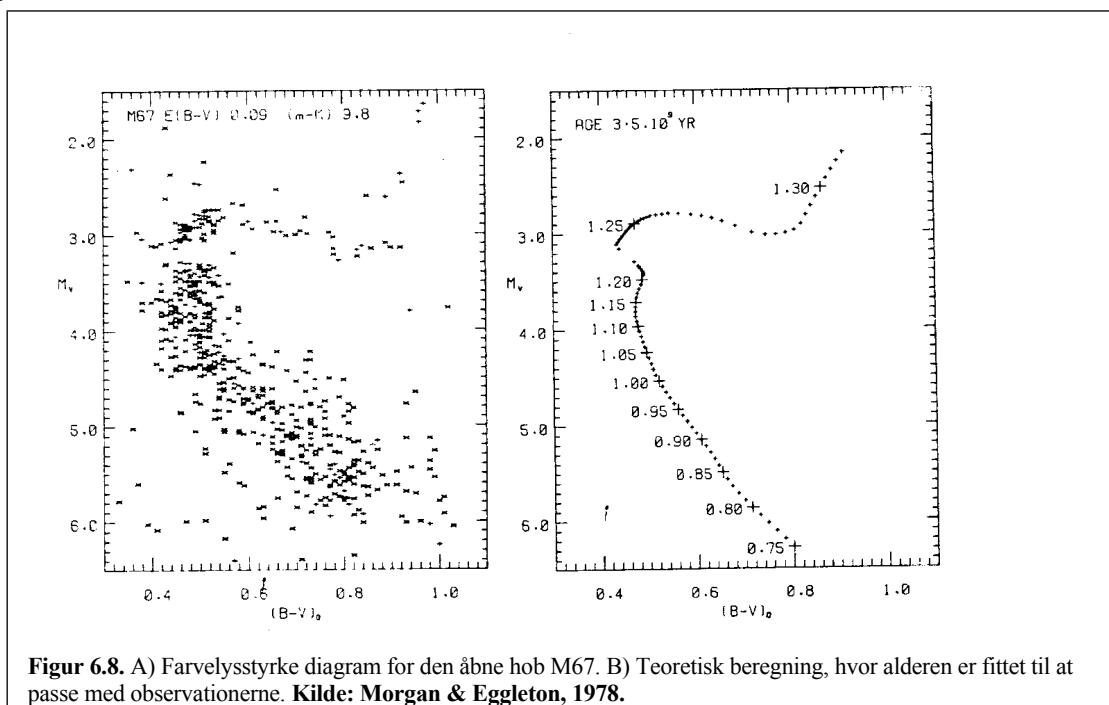
Ia	Lysstærke supergiganter.
Ib	Mindre lysstærke supergiganter.
II	Lyse giganter.
III	Almindelige giganter.
IV	Subgiganter.
V	Dværge. (Hovedserie stjerner.)
VI	Subdværge.

Tabel 6.3.

Betragt nu figur 6.8. Her har man sammenlignet en teoretisk beregning med observationerne og hvis alderen af hoben antages til at være 3,5 Gyr, passer observationer og beregninger ganske pænt. Dvs. HR-diagrammet kan altså bruges til at bekræfte teoretiske modellers duelighed og samtidig kan alderen af M67 bestemmes.

HR-diagrammer er, som ovenstående viser, brugbare til bl.a. at tjekke teoretiske modeller for stjerneudvikling og hober aldre. Ydermere giver de et klart indblik i hvordan stjernernes luminositetsfordeling er i en hob.

Vi sprang ovenfor let henover de modeller, astronomer bruger, når de vil beregne stjerners udvikling. Det skyldes, at de er en anelse vanskelige at arbejde med, eftersom de er numeriske. (Man skal bruge computer til at løse ligningerne.) Dog er nogle af de kerneprocesser, som kan forklare energigenereringen i en stjerne lettere at arbejde med, så dem vil vi kigge på i det følgende.



6.7. Kerneprocesser i Solens indre

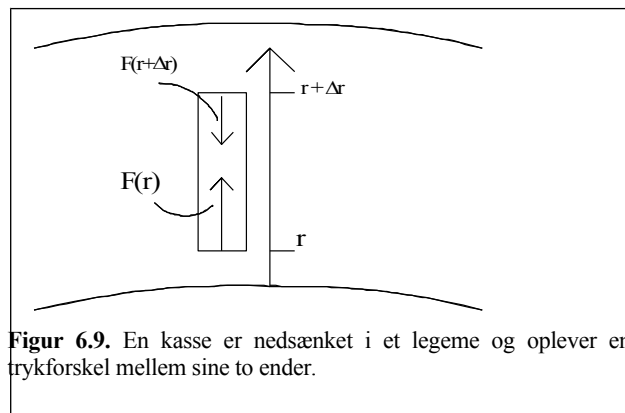
Det har ikke altid været klart, hvad der er grunden til, at stjerner kan udstråle energi. I dag er vi af den overbevisning, at energigenereringen kommer fra fusionsprocesser i stjernernes indre. Disse fusionsprocesser forekommer kun, hvis der er meget varmt - typisk nogle millioner kelvin.

6.7.1. Temperaturen i Solens indre

Hvis temperaturen skal være millioner af grader, bare for at kerneprocesserne kan gå i gang, må der jo være en *anden* proces, der først og fremmest har varmet kernen op. Når den unge stjerne - kaldet en *protostjerne* - trækker sig sammen, taber den potentiel energi, energi som omdannes til kinetisk energi af atomerne i gassen og i form af stråling. (Stjernens energi er altså naturligvis ikke bevaret.)

Lad os regne på problemet og se, hvor varm en protostjerne af Solens størrelse kan blive. En stjerne kan betragtes som et 'hav' af gas, dvs. vi kan drage nytte af Arkimedes' lov. Betragt figur 6.9. Pga. kassens højde vil der være en trykforskel mellem øverste og nederste del af kassen. Denne trykforskel sørger for at kassen enten glider op/ned eller står stille. (Arkimedes' princip.) Kraften på enderne kan beregnes vha. definitionen på tryk: $p = F/A$, hvor A er arealet af det område, som kraften påvirker. Vi kan dermed opskrive bidraget fra stjernens gastryk til den resulterende kraft

$$\begin{aligned} F_{\text{opdrift}} &= F(r) - F(r+\Delta r) = A \cdot p(r) - A \cdot p(r+\Delta r) \\ &= A \cdot (p(r) - p(r+\Delta r)) = -A \cdot (p(r+\Delta r) - p(r)) = \\ &= -A \cdot \Delta p. \quad (6.13) \end{aligned}$$



Figur 6.9. En kasse er nedsænket i et legeme og oplever en trykforskel mellem sine to ender.

Newtons gravitationslov, som læseren sikkert kender under formen $F = m \cdot g$, ser generelt ud som følger:

$$F_{\text{grav}} = \frac{GMm}{r^2} \quad (6.14)$$

Hvis vi adderer bidraget fra trykforskellen samt bidraget fra Newtons gravitationskraft, får vi den *resulterende* kraft

$$F_{\text{res}} = -A \frac{\Delta p}{\Delta r} \Delta r - \frac{GMm}{r^2} = ma = 0 \quad (6.15)$$

Ved de sidste to lighedstegn har vi benyttet os af Newton's 2.lov, $F = m \cdot a$, samt at accelerationen skal være 0, hvis stjernen skal være færdig med at trække sig sammen. Hvis man indser at $A \cdot \Delta r = V$, hvor V er volumenet af kassen kan man nu i (6.15) isolere $\Delta p / \Delta r$:

$$\begin{aligned}
 A\Delta r \frac{\Delta p}{\Delta r} &= V \frac{\Delta p}{\Delta r} = -\frac{GMm}{r^2} \\
 &\Downarrow \\
 \frac{\Delta p}{\Delta r} &= -\frac{G \cdot \rho \cdot M}{r^2} \\
 &\Downarrow \\
 \frac{p}{R} &\approx \frac{G \cdot \rho \cdot M}{R^2} \approx \frac{G(M/R^3)M}{R^2} = \frac{GM^2}{R^5} \\
 &\Downarrow \\
 p &\approx \frac{GM^2}{R^4}
 \end{aligned} \tag{6.16}$$

Ovenfor er, $\rho \approx M/R^3$ massefylden. $-\Delta p \approx p_{\text{stjerne}}$ samt $r \approx \Delta r \approx R_{\text{stjerne}}$. Der er altså lavet nogle fæle approksimationer ovenfor, men det er ganske almindeligt i astronomien at foretage sådanne approksimationer, når man vil nøjes med at *anslå* forskellige størrelser. Naturligvis går man meget mere detaljeret til værks, når der skal laves rigtige stjernemodeller, men så bliver det umuligt, at opstille analytiske udtryk. Sagt med andre ord skal ligningerne løses i en computer. For at få temperaturen ind i billedet, antager vi, at gassen i stjernen er ideel, dvs. idealgasligningen kan benyttes:

$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T \tag{6.17}$$

$$\begin{aligned}
 &\Downarrow \\
 p &= N/V \cdot k \cdot T = N/(M/\rho) \cdot k \cdot T = \rho/(M/N) \cdot k \cdot T = \rho/(\mu \cdot m_u) \cdot k \cdot T
 \end{aligned} \tag{6.18}$$

Ovenfor er *middelmolekylvægten*, μ , ganget med $m_u = 1$ unit, gennemsnitsmassen af en enkelt partikel. Bemærk at μ ikke er en masse, men en vægtprocent (af en unit.) Når man kender de relative mængder af brint, X, helium, Y, samt tungere grundstoffer, Z, kan man beregne middelmolekylvægten. Hvis vi antager at alle atomerne nede i stjernen er fuldstændigt ioniserede (en god antagelse) vil hver H-atom levere $Z_X+1 = 2$ partikler nemlig 1 elektron og en proton. Hver He-atom vil levere $Z_Y+1 = 3$ partikler, nemlig 2 elektroner og en helium-kerne. Endelig vil hvert af de tungere grundstoffer levere Z_Z+1 partikler. (Bemærk ovenfor er Z_j antallet af protoner i den j'te atomkerne.) Gennemsnitsmassen af en enkelt partikel er defineret som $m = \mu \cdot m_u$, hvor $m_u = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg; dvs. antallet af partikler, N, i stjernen er

$$N = M/m = M/(\mu \cdot m_u) \tag{6.19}$$

Vi kan også skrive antallet af partikler som

$$N \approx (Z_X + 1) \frac{XM}{m_H} + (Z_Y + 1) \frac{YM}{m_{He}} + (Z_Z + 1) \frac{ZM}{m_Z} \tag{6.20}$$

Ved at sætte (6.19) og (6.20) lig med hinanden og reducere fås

$$\frac{I}{\mu} = 2X \frac{m_u}{m_H} + 3Y \frac{m_u}{m_{He}} + Z \frac{(1+Z_Z)m_u}{m_{kerne}} \approx$$

$$2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z \quad (6.21)$$

Ovenfor er, i leddet med de tunge grundstoffer, benyttet den antagelse at $(Z_Z+1) \cdot m_u/m_{kerne} \approx Z_Z \cdot m_u/(N_Z + Z_Z) \cdot m_u \approx 1/2$; dvs. at der ca. er næsten lige mange neutroner og protoner i kernen af de tungere grundstoffer. Det gælder med rimelig nøjagtighed for de grundstoffer, som findes i stjerner. (Grundstoffer med atomnummer under Jern. $Z_{Fe} = 26$.) Endelig har vi antaget elektronens masse til at være forsvindende lille.

Eksempel på anvendelse af (6.21).

En stjerne har de relative grundstofprocenter på, $X=0,67$, $Y=0,31$ og $Z=0,02$. Formel (6.21) giver:

$\mu^{-1} = 2 \cdot 0,67 + 0,75 \cdot 0,31 + \frac{1}{2} \cdot 0,02 = 1,5825$, hvilket giver $\mu=0,632$. Hver enkelt partikel vejer derfor i gennemsnit $0,632u$.

Vi kan nu anslå Solens temperatur. Først indsættes (6.16) i (6.18)

$$\frac{GM^2}{R^4} = \frac{\rho}{\mu m_u} kT \approx \frac{M/R^3}{\mu m_u} kT$$

⇕

$$T \approx \frac{\mu m_u GM}{kR} \quad (6.22)$$

Nu kan de relevante størrelser indsættes. $\mu = 0,632$, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, $k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, $m_u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ og R samt M kan ses i tabel 6.1. Man får at $T = 1,4 \cdot 10^7 \text{ K}$. Overslaget viser altså, at der faktisk *bliver* ganske varmt i de inderste dele af Solen. Naturligvis kan vi ikke helt stole på resultatet - approksimationerne taget i betragtning - men indenfor en størrelsesorden passer resultatet. Mere grundige beregninger giver temperaturer mellem 10 og 20 millioner kelvin, så overslaget ramte faktisk meget godt.

Umiddelbart kunne man tro, at sammentrækningen af stjerner var den primære energikilde, men beregninger viser, at en stjerne som Solen kun ville kunne skinne med dens nuværende lysstyrke i omkring 1 million år. Da geologiske undersøgelser viser, at Solen har skinneth med sin nuværende lysstyrke i milliarder af år, må det nødvendigvis være noget andet, der leverer energien - nemlig kerneprocesser.

De kerneprocesser, der antages at være vigtige i stjerner er i 1938 foreslået af fysikerne Bethe, von Weizsäcker og Critchfield. Fusionsprocesserne kræver flere milliarder kelvin for at kunne forløbe, hvis man regner klassisk. Udregningen ovenfor viste, at temperaturen kun er nogle millioner grader, så processerne 'burde' jo ikke forekomme. Grunden til, at de *kan* forekomme, skyldes en kvantemekanisk effekt, som kaldes tunneling.

Tunneling går populært sagt ud på, at et atom med en lille sandsynlighed kan få lov at 'låne' noget energi (af naturen), bare det sker over et meget lille tidsrum. Så længe produktet af den lånte energimængde, dE , og tidsrummet, dt , den 'låner' energien på er mindre end Plancks konstant, dvs. $dE \cdot dt < h$, brydes ingen naturlove. (Produktet genkendes sikkert som en af Heisenbergs usikkerhedsrelationer.)

Så selvom den kinetiske energi af 2 atomer er alt for lille til, at de kan gennembyrde den elektriske frastødning på normal vis, kan atomerne 'låne' noget energi og så alligevel gennembyrde Coulombbarrieren. (Den elektriske frastødning kaldes Coulombbarrieren.) Processerne *kan* altså godt foregå, men reaktions-sandsynligheden *er* lille. (Partiklerne skal låne en stor energi, dvs. det mulige tidsrum, de kan låne energien i er uhyre lille.) Derfor tager det (heldigvis) lang tid for stjernen at brænde op. Nogle af processerne vil blive gennemgået i det følgende.

6.7.2 pp-processerne

De første processer vi vil omtale kaldes for pp-processerne. Det er en forkortelse for proton-proton processer, altså brintkerner der støder sammen. Reaktionsskemaerne for pp-I processerne ses nedenfor:



Ovenfor er e^+ en positron og ν_e en neutrino. Bemærk at nettoprocessen er 4 brintkerner, H-1, der ender med at blive til en heliumkerne, 2 positroner og 2 neutrinoer. (De to øverste processer foregår 2 gange - det kræver 6 brintkerner; den nederste proces foregår en gang, men her frigives to brintkerner.) Den energi, som stjernen får til rådighed ved en sammenhængende kæde af 5 reaktioner er 26,21 MeV. Heri er medregnet, at neutrinoen i gennemsnit forlader stjernen med energien 0,263 MeV, dvs. 0,526 MeV ialt, og at positronerne også reagerer med elektroner.

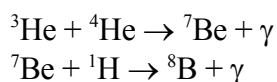
pp-II samt pp-III processerne bidrager i Solen ikke helt så meget til energidannelsen som pp-I processen, men de er vigtige, idet neutrinoerne fra pp-III processen er dem, som man primært kan måle i en neutrinodetektor.

pp-II processerne ser ud som følger:



I pp-II processen har neutrinoen i gennemsnit energien 0,80 MeV og derfor bliver den effektive Q-værdi (energi) $(26,736 - 0,263 - 0,80) \text{ MeV} = 25,67 \text{ MeV}$. Bemærk at der først skal dannes noget He-3 og He-4 via processerne (6.23) før processerne (6.24) kan forløbe.

pp-III processerne er:





Ved pp-III processerne løber neutrinoen med hele 7,2MeV og derfor bliver den effektive Q-værdi kun på $(26,736 - 0,263 - 7,2) \text{ MeV} = 19,27 \text{ MeV}$.

Øvelse 6.8. Benyt DATAbogen til at kontrollere at Q-værdien af pp-1 processen er 26,736 MeV. Bemærk det er nok at regne på *nettoresultatet*.

I stjerner som indeholder kulstof, C, kvælstof, N, samt ilt, O, kan der forekomme en proces, der også omdanner brint til helium. Processen kaldes for CNO-kæden og den ser ud som følger:



Som man kan se, bliver der ikke brugt noget C-12 i processerne ovenfor. Kulstoffet virker bare som en katalysator, dvs. den hjælper med til at omdanne H-1 kernerne til 4-He. Neutrinoerne løber her væk med en energi på 1,71MeV i gennemsnit og det betyder at den effektive Q-værdi bliver på $(26,736 - 1,71) \text{ MeV} = 25,03 \text{ MeV}$.

Neutrino problemet.

I processerne omtalt i 6.23-6.26 nævnes det, at der ofte dannes en neutrino, som forsvinder fra Solen/stjernen. Dvs. denne partikel har vi en chance for at detektere her på Jorden. Dermed kan vi kontrollere om de forslag til fusionsprocesser, vi har lavet, er korrekte. Desværre er det uhyre svært at få neutrionen til at reagere med ret meget. Det er dog ikke helt umuligt, men for at registrere bare nogle få stykker, skal man lave gigantiske eksperimenter, dybt nede i Jordens indre, med dyrt udstyr.

F.eks. kan man i forladte miner lægge nogle tanke med rene væske, som indeholder Cl-37. Det viser sig, at hvis en neutrino med en energi, der er større end 0,80 MeV, kolliderer med Cl-37, så dannes der en elektron samt Ar-37. Dette argonatom kan så detekteres. I forsøgene finder man ca. et Ar-37 atom hver anden dag, hvilket kun svarer til en fjerdedel af det antal neutrinoer man forventer, der skal måles fra Solen. (Solen udsender naturligvis MANGE flere.) Bemærk iøvrigt, at de neutrinoer, som udsendes fra pp-I kæden, har for lille en energi til at blive detekteret. Det er kun neutrinoerne fra de sjældnere forekommende pp-II og pp-III processer, vi kan detektere. Dette faktum, at vi måler for få neutrinoer udgør *neutrino problemet*.

For at belyse problemet nærmere, har russiske forskere lavet forsøg med Gallium, Ga (90 tons ialt, hvilket næsten svarer til hele Jordens galliumbeholdning,) men foreløbig eksisterer neutrino problemet dog stadigvæk.

Måske viser det sig, at hele miseren skyldes, at neutrinoen kan *henfalde* til andre neutrino typer - nemlig de såkaldte myon- eller tau-neutrinoer. Disse kan eksperimenterne ikke måle og dermed kan det være, at der slet ikke er noget problem med kerneprocesserne alligevel. For at dette kan være svaret på gåden, kræver det dog at elektron-neutrinoen har en masse – Det er heldigvis også lykkedes. Den 24/11-1998 opdagede fysikere på Superkamiokande-forsøgsstationen i Japan at neutrinoen mindst vejer $0,02\text{eV}/c^2$. Dette er ikke meget, men året efter (offentliggjort den 19/11-1999) viste italienske og russiske fysikere at neutrinoens masse er mindst $0,2\text{eV}/c^2$. Desuden viste de, at neutrinoen er sin egen antipartikel. (**Kilde:** <http://www.physics.reading.ac.uk/units/1/1phab/news/neutrino mass.htm>.)

Der findes en mængde andre reaktioner, som kan forekomme i en stjerne. F.eks. kan heliumkerner, He-4, - også kaldet alfapartikler - kolliderer og danne kulstofisotopen, C-12. Denne proces kaldes for triplealfa-processen. Processen kræver en meget høj temperatur ($T = 1-2 \cdot 10^8$ K) for at kunne forekomme, så processen er ikke særlig almindelig i en hovedseriestjerne som Solen. Men den vil dog forekomme, når Solen er færdig med at omdanne H-1 til He-4 i kernen. Processen ser ud som følger:



På samme måde som C-12 bliver dannet, kan Solen danne en mængde andre grundstoffer ved alfapartikelfusion. Derudover kan datterprodukterne også fusionere og danne mange andre grundstoffer. Således bliver der i Solens levetid dannet grundstoffer helt op til Magnesium, Mg. Tungere grundstoffer - helt op til Jern, Fe, kan blive dannet i stjerner der er mere end ca. 4 gange så tunge som Solen. Grundstoffer derudover kan dannes i supernovae-eksplosioner. (Se afsnit 6.8.) Det tungeste grundstof, der findes i naturen er U-238. Grundstoffer med $Z > 92$ er meget ustabile med forholdsvis korte halveringstider. (Under $\sim 10^{5-6}$ år.) Derfor vil de praktisk taget aldrig være at finde i universet. Muligvis er de dog at finde i områder, hvor der fornylig har været en supernovae-eksplosion - for eksempel i Krabbetågen, hvor der skete en sådan i 1054.

Vi har nu set på det inderste af Solen, nemlig kernen. De andre lag vil vi hoppe let og behændigt over, da der ikke forekommer kerneprocesser der. Dog er der en masse bevægelse af gasstrømme i de ydre lag, der bevirker, at Solen ender med at vibrere. Disse vibrationer kan måles og ud fra dem, kan man bestemme forskellige karakteristika omkring Solens indre. F.eks. Solens massefordeling og tryk.

Eftersom Solen omdanner H-1 til He-4 i kernen, forledes man til at overveje, hvad der sker, når alt brintet i kernen er opbrugt. Det vil vi se på i det følgende afsnit.

6.8. Solens og andre stjerners udvikling væk fra hovedseriestjerne

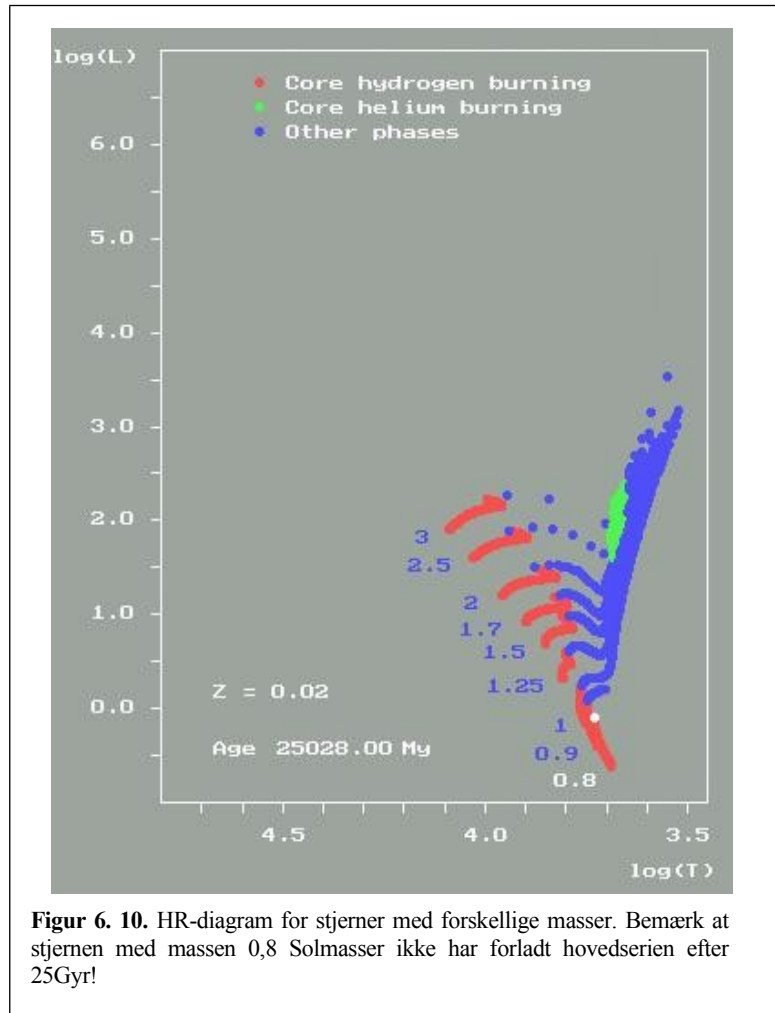
Det viser sig, at stjerners videre udvikling afhænger af deres masse. Det kan man finde ud af ved at observere hobe af stjerner - dvs. stjerner, der er dannet af den samme gassky, og dermed indbyrdes har den samme grundstofsammensætning. Den eneste faktor, der adskiller dem, er deres masser. I det følgende vil vi se på, hvad man foreløbig har fundet frem til ved de forskellige typer stjerner.

6.8.1. 'Små stjerner'

Stjerner, som er mindre end Solen, udvikler sig så langsomt, at ingen af dem endnu har forladt hovedserien - derfor er der ingen, der med sikkerhed kan sige, hvad der sker med disse, når de engang forlader hovedserien. Muligvis er universet fuldstændig anderledes end det er i dag, når disse små stjerner udbrænder. (Eventuelt sammentrukket igen - The Big Crunch!)

Stjerner med masser, der ligger over ca. 1 solmasse undergår dog en udvikling. Betragt figur 6.10.

Af figuren ser man, at stjerner med massen op til 3 solmasser, brænder deres brint af i kernen, og derefter overgår deres kerner et mindre kollaps og resten en udvidelse, hvor overfladetemperaturen falder og luminositeten ligeledes falder. Kerneprocesserne i kernen er ophørt og stjernen falder sammen; der kan dog forekomme brintforbrænding i skaller omkring kernen. Når kernen sammentrækkes vokser temperaturen heri igen, og der bliver nu så varmt, at heliumforbrændingen kan begynde. (Heliumflash.) I nogle hundrede millioner år brændes helium af, og derved vil de lette stjerner danne kulstof og ilt i kernen. Derefter vil en yderligere sammentrækning ikke kunne danne tilstrækkeligt høje temperaturer, og stjernen dør. Stjernens ydre lag af helium og brint kastes af, og man ender med en lille varm kerne af kulstof/ilt - en hvid dværg. Hvis stjernens masse ligger mellem ca. 4 og 8 solmasser kan der også foregå kulstofforbrænding i kernen, så man kan få dannet Mg-24.

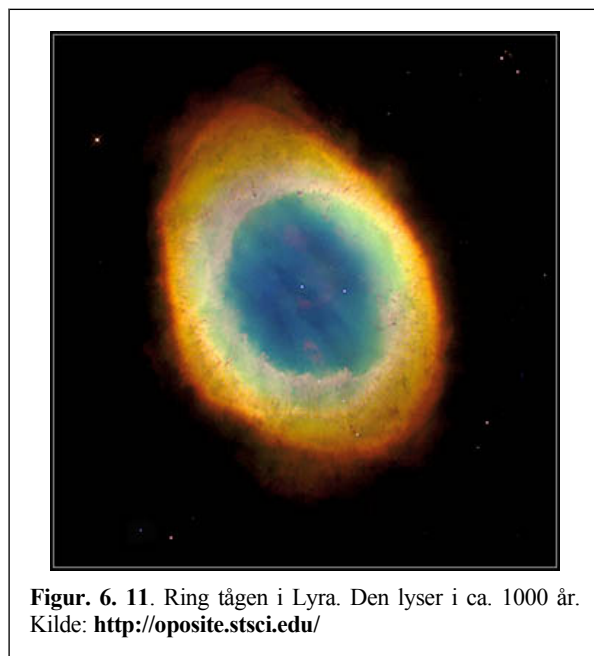


Figur 6. 10. HR-diagram for stjerner med forskellige masser. Bemærk at stjernen med massen 0,8 Solmasser ikke har forladt hovedserien efter 25Gyr!

Denne hvide dværg har en masse på ca. 0,70 solmasser og en radius på omkring 5000 km. Hvide dværge er ganske varme i begyndelsen, men da der ikke sker flere kernereaktioner i dem, afkøles de langsomt til ca. 10^4 K over nogle milliarder år, så de til sidst bliver usynlige. Medens den hvide dværg afkøles, kan den opvarme den udstødte gas. Et eksempel her på, er f.eks. Ringtågen i Lyra. Se fig. 6.11.

Denne hvide dværg har en masse på ca. 0,70 solmasser og en radius på omkring 5000 km. Hvide dværge er ganske varme i begyndelsen, men da der ikke sker flere kernereaktioner i dem, afkøles de langsomt til ca. 10^4 K over nogle milliarder år, så de til sidst bliver usynlige. Medens den hvide dværg afkøles, kan den opvarme den udstødte gas. Et eksempel her på, er f.eks. Ringtågen i Lyra. Se fig. 6.11.

Stjernen Sirius har iøvrigt også en lille følgesvend, Sirius B, som er en hvid dværg. Det kræver dog en kikkert, for at man kan se denne.



Figur. 6. 11. Ring tågen i Lyra. Den lyser i ca. 1000 år.
Kilde: <http://oposite.stsci.edu/>

Øvelse 6.9. Beregn massefylden for en hvid dværg. Sammenlign med massefylder for stoffer her på Jorden.

6.8.2. 'Tungere' stjerner

Hvis stjernen er mere end ca. 5-8 gange tungere end Solen, vil den gennemleve sit liv meget hurtigere end Solen. (Selvom der er mere brændstof til rådighed, foregår kernereaktionerne *meget* hurtigere.) Betragt fig. 6.12.

Når de tunge stjerner stopper heliumforbrændingen og sammentrækkes yderligere, vil temperaturen i kernen stige meget mere end for de lette stjerner. Derved vil kulstof og ilt kunne fusionere og danne endnu endnu tungere grundstoffer. Selve stjernen ender grundstofmæssigt med at minde om et løg. Udefra og indefter vil der ligge lag med grundstofsammensætningerne:

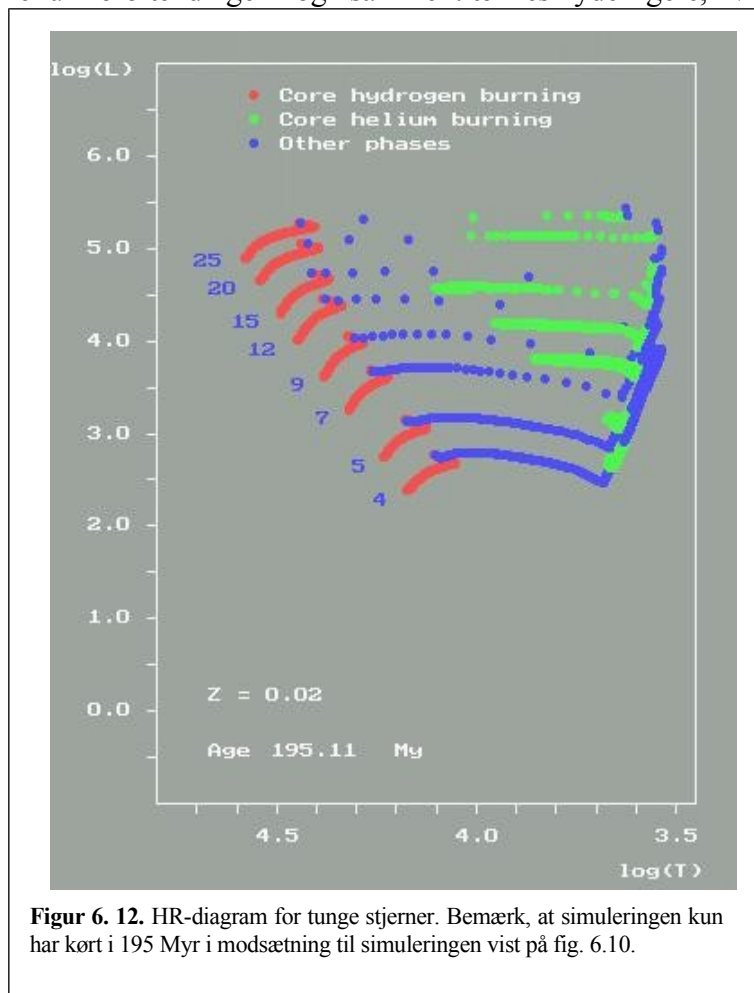
H-1 & He-4
 He-4
 C-12, O-16
 O-16, Ne-20, Mg-24
 O-16, Ne-20, Si-28
 Si-28, S-32
 Fe-56, Ni-56.

Øvelse 6.10. Prøv at tegne 7 koncentriske cirkler og indskriv hvilke grundstoffer, der findes i de 7 lag. Angiv også kvalitativt hvilke processer, der foregår i de forskellige lag.

Når der er dannet grundstoffer med massetal, 56, i kernen er der ikke flere exoterme fusionsprocesser, der kan forekomme. Nu *kræves* der energi for at sammensmelte kernerne. Derfor stopper fusionsprocesserne i stjernen, og stjernen sammentrækkes yderligere. Derved dannes meget energirige fotoner i stjernen, som kan kolliderer med nogle af de dannede grundstoffer, som derved splittes, og selve kernen ender med at være omdannet til brint igen. Ved de ovenstående processer er der ydermere blevet dannet en masse neutroner.

Øvelse 6.11.

- Lav et reaktionsskema hvor en foton kolliderer med en Ni-56 kerne. Antag at Ni-56 kernen opdeles i He-4 kerner. Hvor mange He-4 kerner dannes der?
- Lav det tilsvarende for Fe-54 og Fe-56. Hvilke partikler bliver der ydermere dannet ved disse 2 processer?
- Hvad sker der mon med He-4, når en energirig foton kolliderer med denne?



Figur 6.12. HR-diagram for tunge stjerner. Bemærk, at simuleringen kun har kørt i 195 Myr i modsætning til simuleringen vist på fig. 6.10.

Den dannede brint findes pga. den høje temperatur på ionform. Når de frie elektroner kolliderer med protonerne (H-1 på ionform), dannes ikke neutral brint men derimod neutroner og neutrinoer. Derved er praktisk taget hele kernen blevet omdannet til neutroner og massefylden er omkring 10^{14} g/cm^3 , dvs. neutronerne faktisk rører ved hinanden. Neutronerne kan altså ikke presses mere sammen og en chokbølge sendes ud gennem resten af stjernen. Denne chokbølge samt neutrinoerne, der bevæger sig ud gennem resten af stjernen, afleverer en masse energi i de ydre gasser, som derved kastes bort fra kernen i en *supernovaeksplosion*. Under selve supernovaeksplosionen bliver temperaturen i de ydre lag vanvittig høj og der dannes grundstoffer helt op til U-239. (Tungere grundstoffer såsom Pu-239 kan også dannes, men de henfalder så hurtigt, at de meget snart kun vil findes i minimale mængder.) Det skal dog bemærkes, at andelen af tungere grundstoffer end helium i den afkastede gas kun ligger på omkring et par procent.

Man ender altså med en lille kerne bestående fortrinsvist af neutroner. Kernen er ca. 10 km i radius, og den vejer omkring en solmasse.

Øvelse 6.12. Beregn massefylden af neutronstjernen og sammenlign med værdien for en hvid dværg. Prøv at beregne massefylden for en atomkerne og sammenlign med neutronstjernens massefylde.

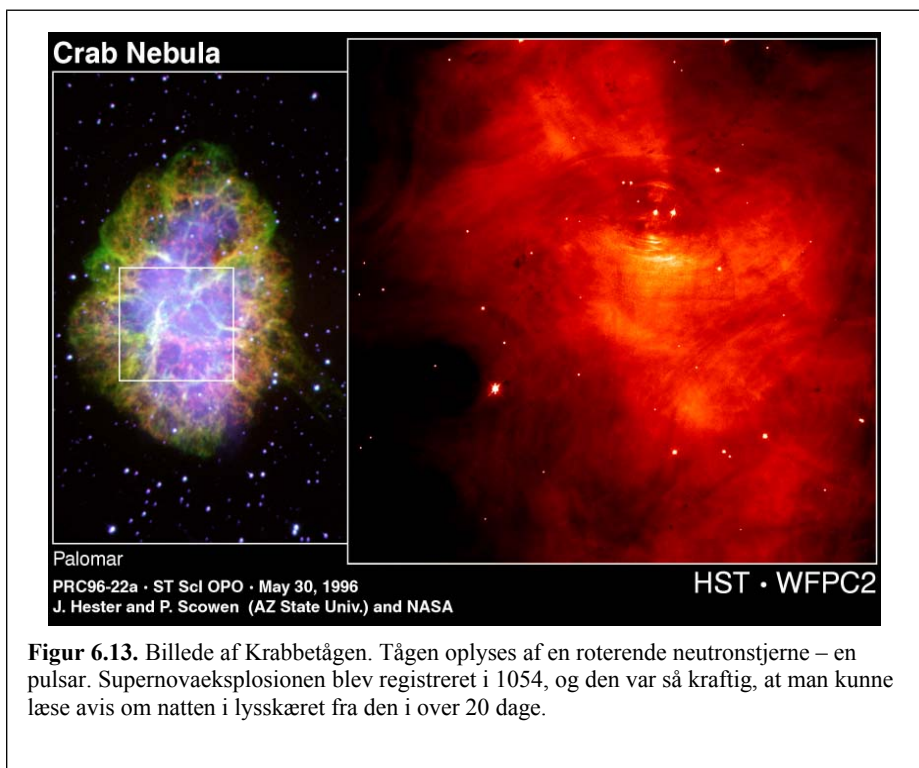
Kernen kaldes en *neutronstjerne* og den indeholder ca. 10^{57} neutroner. Derudover indeholder den omkring 10^{54} protoner, dvs. den er egentlig en enorm atomkerne med $Z = 10^{54}$ og $N = A = 10^{57}$.

Øvelse 6.13. Tyngdefeltet omkring en neutronstjerne er enormt.

- Benyt formlen $g = G \cdot M / R^2$ til at beregne tyngdeaccelerationen, g , på overfladen af en neutronstjerne. (Massen er 1 solmasse og radius er 10 km.)
- Beregn derefter tyngdeaccelerationen, g , i øjenhøjde.
- Antag at dit underben har massen 10 kg og at dit hoved har samme masse. Hvor stor er tyngdekraften på hhv. dit ben og dit hoved hvis du står på en neutronstjerne?
- Beregn forskellen i de 2 ovenstående kræfter og forklar, hvad der ville ske med din krop, hvis du stod på overfladen af en neutronstjerne.

Neutronstjerner

udsender ikke lys, som en almindelig stjerne gør, men nogle af dem udsender radiostråling, som dannes af det roterende magnetfelt omkring stjernen. En sådan neutronstjerne kaldes en *pulsar*. Man kan altså observere nogle pulsarer, hvis de udsender stråling i retning af Jorden. Derved kan man lære noget om



Figur 6.13. Billede af Krabbetågen. Tågen oplyses af en roterende neutronstjerne – en pulsar. Supernovaeksplosionen blev registreret i 1054, og den var så kraftig, at man kunne læse avis om natten i lysskæret fra den i over 20 dage.

neutronstjernens struktur, akkurat som almindelig lysudsendelse fra hovedseriestjerner kan bruges til at udlede information om hovedseriestjerner.

Andre neutronstjerner udsender enten ikke stråling eller også sender de det i en retning, som ikke vender mod Jorden. De eneste oplysninger, vi kan udlede fra sådanne stjerner, er deres masse - og den kan kun bestemmes, hvis der er et strålende objekt, der kredser omkring neutronstjernen. Figur 6.13 viser Krabbetågen, som er resterne af en supernovækspllosion.

Som øvelse 6.12 og 6.13 viser, er tyngdefeltet fra neutronstjerner ganske kraftigt, men der findes objekter, der har et endnu kraftigere tyngdefelt. Dem vil vi kigge på i det følgende.

6.8.3. 'Meget tunge stjerner'

Hvis en stjerne er meget stor, dvs. større end ca. 10-15 solmasser vil tyngdekraften fra gasserne være så store, at den dannede neutronkerne *ikke* kan modstå trykket fra gasserne og neutronerne vil blive destrueret og blive omdannet til energi. (Energi og masse er jo ækvivalente størrelser.) Der er nu intet til at modstå trykket fra gasserne og kollapsedet vil fortsætte til der ikke er mere stof tilbage. Stoffet ender med at være omdannet til ren energi og energien ligger i et enkelt punkt - en *singularitet*. Tyngdefeltet omkring et sort hul er så uhyrligt stort, at ikke engang lyset kan undslippe et sort hul. Faktisk vil *alt* indenfor den såkaldte *Schwarzschildradius*, $r = 2 \cdot G \cdot M / c^2$, blive opslugt af det sorte hul, hvor M er det sorte huls masse (eller masseækvivalent) og c er lysets hastighed. G er som sædvanligt gravitationskonstanten.

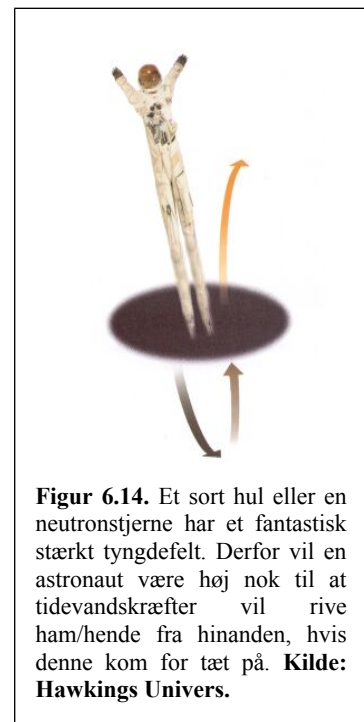
Øvelse 6.14. a) Beregn Schwarzschildradius for Solen, dvs. den radius Solen skal mases ned til, hvis den skal kollapse til et sort hul. Beregn det tilsvarende for Jorden.

b) En partikels mekaniske energi < 0 , hvis partiklen skal være bundet til et system. Antag af $v=c$ og at man ellers kan regne klassisk. Udled på den baggrund formelen for Schwarzschildradius.

Vi ved ikke meget om fysikken i sorte huller, da vores naturbeskrivelse bryder sammen, når man skal regne på singulariteter. Men man har dog med god sandsynlighed fundet et sort hul i midten af galaksen M84. M84 befinder sig ca. 50 millioner lysår fra os i retningen af stjernebilledet Jomfruen. Målinger viser (se figur 6.13), at i centret af denne galakse roterer der gasser med så store hastigheder (omkring 400km/s), at det legeme de roterer rundt omkring må veje ca. 300 millioner solmasser! Der er ingen andre objekter end sorte huller, vi kender til, der kan forklare dette fænomen, idet legemet er under 26 lysår i radius.

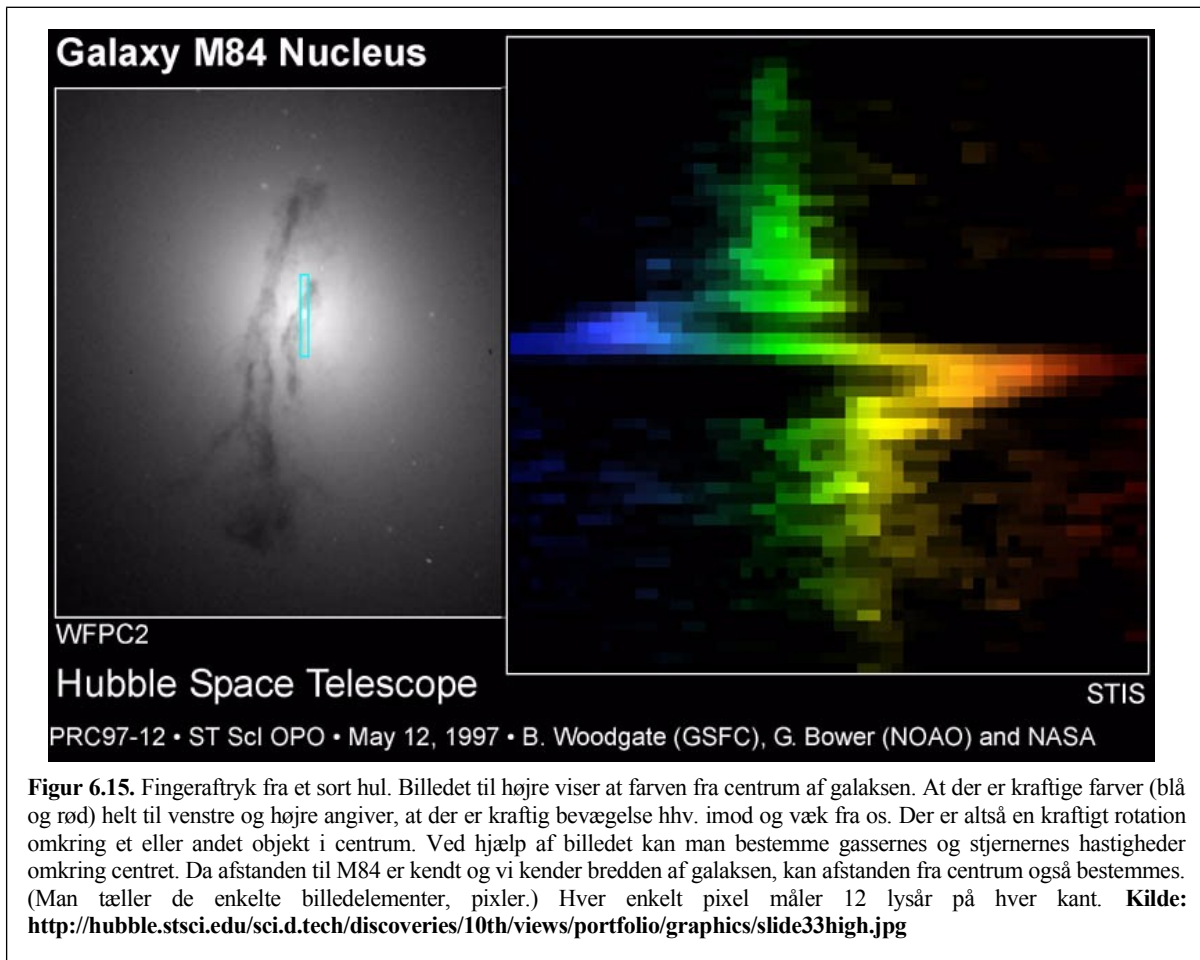
Øvelse 6.15. Betragt gasserne i M84's kerne. Hvis radius i gassernes cirkelbane er 26 lysår og gasserne bevæger sig rundt om legemet med hastigheden 400 km/s, kan man beregne massen af det objekt de bevæger sig omkring. Eftervis at massen er ca. 300 millioner solmasser. (Hint: Benyt Keplers 3. lov.)

Det sorte hul i centret af M84 er en karakteristisk, vi mener, der også findes i andre galakser. Således er der også indicier på, at der findes et stort sort hul i centret af vores egen galakse, Mælkevejen. Ved observation af neonlinien 12,8 μm har man fundet ud af, at inden for en



Figur 6.14. Et sort hul eller en neutronstjerne har et fantastisk stærkt tyngdefelt. Derfor vil en astronaut være høj nok til at tidevandskræfter vil rive ham/hende fra hinanden, hvis denne kom for tæt på. **Kilde: Hawkings Univers.**

afstand af 3 lysår fra Mælkevejens centrum er der en masse på 8 millioner solmasser; altså en mindre massekoncentration end for M84 men stadigvæk en enorm masse.

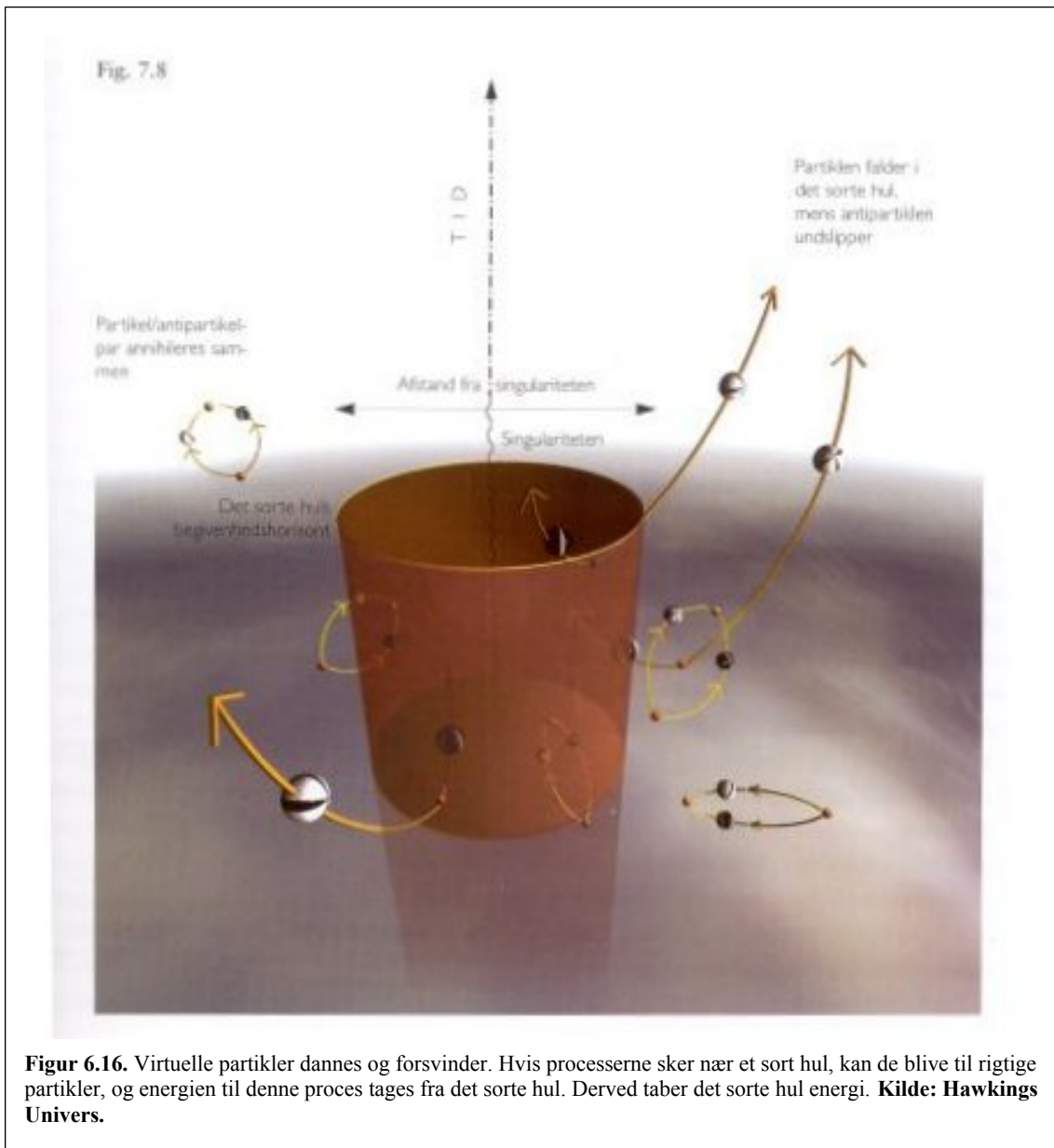


Figur 6.15. Fingeraftryk fra et sort hul. Billedet til højre viser at farven fra centrum af galaksen. At der er kraftige farver (blå og rød) helt til venstre og højre angiver, at der er kraftig bevægelse hhv. imod og væk fra os. Der er altså en kraftigt rotation omkring et eller andet objekt i centrum. Ved hjælp af billedet kan man bestemme gassernes og stjernernes hastigheder omkring centret. Da afstanden til M84 er kendt og vi kender bredden af galaksen, kan afstanden fra centrum også bestemmes. (Man tæller de enkelte billedelementer, pixler.) Hver enkelt pixel måler 12 lysår på hver kant. **Kilde:** <http://hubble.stsci.edu/sci.d.tech/discoveries/10th/views/portfolio/graphics/slide33high.jpg>

6.9. Fordampning af sorte huller

Umiddelbart skulle man tro, at de sorte hullers skæbne er at eksistere i resten af universets levetid. Eftersom intet energi/stof kan slippe væk, kan hullerne vel kun blive tungere og tungere. Sådant en (klassisk) tankegang er imidlertid forkert. Kvantemekanikken åbner op for nye muligheder. For eksempel viste Heisenberg at *usikkerhedsrelationen* gælder: $\Delta E \cdot \Delta t > h$.

I ord betyder usikkerhedsrelationen, at en partikels energi er målt med en usikkerhed på størrelsen dE , og usikkerheden på målingens tidspunkt er dt . De to usikkerheder ganget sammen overskrider Plancks konstant, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{J}\cdot\text{s}$. Hvis man betragter et punkt i rummet til et ganske bestemt tidspunkt med dt gående mod nul, vil punktets energi altså have en voksende usikkerhed på energien. Der kan altså være energi i punktet. Da energi og masse er



ækvivalente størrelser kan der altså dannes partikler i uhyre korte tidsrum. Disse partikler kaldes for virtuelle partikler. Normalt vil de forsvinde igen nærmest øjeblikkeligt, men hvis de opstår i nærheden af et sort hul, kan den ene smutte ned i det sorte hul, mens den anden kan slippe væk. Energien til processen kan jo ikke komme af ingenting - den bliver taget fra det sorte hul. Derfor lyser sorte huller som absolutte sorte legemer, (Planckstråling) og derfor er det muligt for sorte huller at fordampe.

Stephen Hawking har regnet på problemet og resultaterne kan man se nedenfor:

Temperaturen af et sort legeme med massen M er givet ved formlen $T = 1,230 \cdot 10^{23} \text{K} \cdot \text{kg}/M$. Vi kan dermed beregne luminositeten af det sorte hul vha. Stefans-Boltzmanns strålingslov:

$$L = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T^4 = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot (1,230 \cdot 10^{23} \text{K} \cdot \text{kg}/M)^4 \quad (6.28)$$

Endnu mangler et udtryk for radius af det sorte hul. Hertil kan vi benytte os af nogle resultater fra mekanikken. (Se kapitel 2.) En partikel som netop er fri har en mekanisk energi på 0. Dvs. følgende må gælde:

$$E_{\text{mek}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - G \cdot M \cdot m/r = 0$$

↓

$r = 2 \cdot G \cdot M/v^2 \rightarrow 2 \cdot G \cdot M/c^2$ for $v \rightarrow c$. (c er lysets hastighed.) Her burde man regne relativistisk, men heldigvis går det i dette tilfælde godt med den klassiske fysik. Indsættes der i 6.28 får man:

$$L = 4 \cdot \pi \cdot (2 \cdot G \cdot M/c^2)^2 \cdot \sigma \cdot (1,230 \cdot 10^{23} \text{K} \cdot \text{kg}/M)^4 = 3,58 \cdot 10^{32} \text{W} \cdot \text{kg}^2 \cdot M^{-2} \quad (6.29)$$

Eftersom energi og masse er ækvivalente størrelser kan vi beregne hvor meget masse, der forsvinder som funktion af tiden:

$$E = M \cdot c^2$$

↓

$$E'(t) = M'(t) \cdot c^2 = -L = -3,58 \cdot 10^{32} \text{W} \cdot \text{kg}^2 \cdot M^{-2} \quad (6.30)$$

Overvej hvorfor der skal et minus ind i regnestykket. (6.30) er en differentialligning, og den kan man løse analytisk eller vha. numeriske metoder. (F-Pro er velegnet til at løse ligningen.) En gennemregning (som 3. g højniveau-matematikelever kan efterprøve) viser at løsningen bliver:

$$M(t) = (-1,19 \cdot 10^{16} \text{kg}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot t + M_0^3)^{1/3} \quad (6.31)$$

hvor M_0 er det sorte huls masse til dannelses tidspunktet.

Eksempel.

Et sort hul har en masse på 10 solmasser. Levetiden, t_l , for det sorte hul kan bestemmes ud fra formel (6.31) forudsat, at det sorte hul ikke opsuger masse i løbet af sit levetid.

$M(t_l) = 0 = (-1,19 \cdot 10^{16} \text{kg}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot t_l + (1,989 \cdot 10^{31} \text{kg})^3)^{1/3} \Rightarrow t_l = (1,989 \cdot 10^{31} \text{kg})^3 / 1,19 \cdot 10^{16} \text{kg}^3 \cdot \text{s}^{-1} = 6,61 \cdot 10^{77} \text{s} = 2,10 \cdot 10^{70}$ år. Det sorte hul eksisterer altså i lang tid.

Som eksemplet ovenfor viser, er der i praksis tale om ganske stabile legemer, men som formel 6.31 og eksemplet ovenfor viser, afhænger levetiden af det sorte huls masse i 3. potens. Dvs. hvis man lader startmassen af det sorte hul falde, vil levetiden også falde drastisk. I opgave 6.9 regnes på problemet for et sort hul med massen 10^{10} kg. Her vises det, at levetiden er faldet til sølle $2,65 \cdot 10^6$ år.

Spørgsmålet er så om det overhovedet er muligt at have så små sorte huller. Inderen Chandrasekhar har vist, at stjerner med masser på under ca. 1,4 solmasser sagtens kan holde sig selv stabile ved tyngdekraften alene, så hvordan skulle de små sorte huller overhovedet kunne dannes? En teori er, at de er blevet dannet ved et kolossalt tryk ved Big Bang.

Eksempel

John Wheeler har i øvrigt regnet på muligheden for at mennesket kan lave et sort hul. Han nåede frem til følgende. Tag alt den tunge vand, som findes i alle oceanerne og lav en brintbombe. I midten af den affyrede bombe vil tryk og temperatur blive så høje, at der vil skabes et lille sort hul. Dette hul kan så efterfølgende opsluge resterne af Jordkloden, så i praksis er det nok ikke så smart at eftervise teorien ved at lave et sort hul

Efter at have set på stjernernes udvikling, vil vi nu gå over og betragte de store samlinger af stjerner, kaldet *galakserne*.

Opgaver

6.1. Mulighed for kernereaktioner

Tidligere har vi set, at Solen har en kernetemperatur på omkring 15MK. Spørgsmålet er, om denne temperatur er høj nok.

En partikels kinetiske energi er givet ved følgende formler:

$$E_{kin} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

hvor m er partiklens masse og k er Boltzmanns konstant.

Den potentielle energi mellem to ladede partikler er givet ved følgende formel:

$$E_{pot} = k_C \frac{q \cdot Q}{r}$$

hvor k_C er Coulombs konstant; den er altså ikke identisk med Boltzmanns konstant. (Talværdierne står i jeres formelsamling.)

1. Antag at to protoner står meget langt fra hinanden, og at de hver især har den ukendte hastighed v. Opstil et udtryk for den samlede mekaniske energi udtrykt ved v og m.
2. Når protonerne lige netop kan fusionere må alt deres kinetiske energi være omdannet til en bestemt energiform. Hvilken?
3. Beregn størrelsen af den nødvendige energi, for at fusion kan forekomme, hvis vi antager, at protonernes indbyrdes afstand er $1 \cdot 10^{-14}$ m, når de kan fusionere.
4. Hvor stor en fart skal protonerne i begyndelsen have?
5. Hvilken temperatur svarer det til?

6.2. At bestemme standardstørrelsesklassen for en stjerne

Den verdensberømte astronom Psycho Bendtsen har målt zenithdistancer, tidspunkter og pixelværdier for en stjerne, som er døbt PB-1.

Til at bestemme ekstinktionskoefficienten har han målt på en standardstjerne. Resultaterne står i skemaet nedenfor.

$z/^\circ$	10	15	20	25	30	35	40
Pixelværdi/ 10^4	3,996	3,970	3,887	3,851	3,805	3,798	3,61
Λ							
$m_{\text{målt}}$							

1. Beregn luftmassen, Λ , for de angivne vinkler samt tilegn instrumentstørrelsesklasser til målingerne. Angiv resultaterne i tabellen ovenfor.
2. Lav en (Λ , m)-graf enten på mm-papir, på din grafiske lommeregner eller i et regneark.
3. Bestem 'extinktionskoefficienten, k,' (hældningstallet) og instrumentstørrelsesklassen målt uden for atmosfæren. (Husk at k er konstant for alle stjernerne for et givet filter.)

P. Bendtsen har også målt på nogle andre standardstjerner. Resultaterne er angivet i nedenstående tabel.

$z/^\circ$	10	20	30	35	40
Λ					

pixelværdi/10 ₄	4,725	1,809	1,614	1,079	0,130
$m_{\text{målt}}$					
$M_0, \text{målt}$					
m_{tabel}	-2,5	-0,54	0,10	0,28	3,4

- Bestem luftmasserne og instrumentstørrelsesklasser og indfør dem i tabellen ovenfor.
- Benyt extinktionskoefficienten fundet i spørgsmål 3 til at bestemme instrumentstørrelsesklasserne uden for atmosfæren.
- Lav en $(m_0, \text{målt}, m_{\text{tabel}})$ -graf.

Nedenfor er målingerne for PB-1 anført. (Bemærk at der er omregnet til instrumentstørrelsesklasser.)

t/h	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
Z	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Λ											
$m_{\text{målt}}$	-9,550	-9,477	-9,400	-9,320	-9,370	-9,415	-9,453	-9,484	-9,504	-9,515	-9,355
$M_0, \text{målt}$											
m_{tabel}											

- Udfyld tabellen ovenfor og plot en (t, m_{tabel}) -graf og bestem en forskrift for grafen.

6.3. Størrelsesklasser på stjerner i Plejaderne

Du skal bestemme den *blå* størrelsesklasse, B, for mindst 10 stjerner i Plejaderne. Til at bestemme værdierne skal du bruge programmet 'Fotometri på Plejaderne.' Programmet ligger på stien C:\Programmer\Astro\Fotometri på plejaderne. Det er tilladt at fuske sig frem, men man kan også følge nedenstående anvisning.

- Login.
- Vælg 'Start' i menulinien.
- Åben kuplen og start trackingen.
- Vælg stjernerne i dit Rektascensionsområde*.
- Tryk på monitor – mål et baggrundstal, centrér stjernen du vil måle på og nedskriv den målte størrelsesklasse. Knappen 'Take Reading' udfører kommandoerne. (Signal/baggrund forholdet skal være over 100.)
- Nedskriv stjernens koordinater samt dens størrelsesklasse.
- Gentag for de andre stjerner i dit område. (Husk at tage rulle op/ned i feltet, så du får alle stjerner med.)

Lav en tabel hvor du har dine stjerner angivet med koordinater og størrelsesklasser. (Resultaterne skal bruges på et senere tidspunkt.)

NB: *Hver gruppe starter med stjerner der har RA-værdier på hhv. $3^{\text{h}}40^{\text{m}}$, $3^{\text{h}}42^{\text{m}}$, $3^{\text{h}}43^{\text{m}}$, $3^{\text{h}}44^{\text{m}}$, $3^{\text{h}}44^{\text{m}}30^{\text{s}}$, $3^{\text{h}}45^{\text{m}}$, $3^{\text{h}}46^{\text{m}}$.

6.4. Spektralanalyse

I denne opgave skal du bestemme spektralklassen for mindst 10 stjerner i den åbne hob Plejaderne. Til bestemmelsen af klasserne skal du bruge programmet 'Spektralanalyse' i Cleapakken. Nedenfor kan du læse fremgangsmåden – men det er tilladt selv at prøve sig frem.

(Mål på de stjerner, du også målte på i fotometriopgaven.)

1. Login.
2. Vælg en kikkert.
3. Åben kuplen og vælg en stjerne fra Plejaderne. Se ovenstående Nota Bene (Nedskriv koordinaterne på stjernen.)
4. Benyt monitor til at vise et billede af gitteret og centrér gitteret på stjernen.
5. Benyt knappen 'Take Reading' til at måle et spektrum. (Signal/støj-forholdet skal være over 100.) Gem spektret.
6. Hop tilbage til hovedskærmen og vælg i menuen 'Run' kommandoen 'Classify Spectra.'
7. Indlæs dit spektrum og vælg derefter et reference spektrum. (Start med at vælge et hovedseriespektrum.)
8. Find klassifikationen og sammenlign evt. med et stjerne-katalog. NB: Benyt kommandoen 'difference' til at se om du har ramt plet.
9. Noter stjernens koordinater, spektralklasse samt visuelle størrelsesklasse.

Gentag ovenstående punkter.

6.5. HR-diagrammer

1. Hvilke størrelser kan man benytte som x-værdier i et HR-diagram?
2. Hvilke størrelser kan man benytte som y-værdier i et HR-diagram?
3. Beskriv mht. luminositet, radius og temperatur, stjerner, der ligger hhv.
 - a. Nederst til højre i et HR-diagram.
 - b. Nederst til venstre i et HR-diagram.
 - c. Øverst til venstre i et HR-diagram.
 - d. Øverst til højre i et HR-diagram.
 - e. På hovedserien i et HR-diagram.
4. Hvilken størrelse bestemmer især en stjernes placering på hovedserien?

6.6. Konstruktion af et HR-diagram

I denne opgave skal du ved hjælp af resultaterne fra opgave 6.3 og 6.4 konstruere et HR-diagram.

1. Indsaml alle klassens resultater.
2. Benyt Excel/Windows til at manipulere med dataene. Sæt spektralklasserne i første søjle, lav dernæst en søjle, hvor hver enkelt spektralklasse tildeles et nummer.
3. Lav to søjler med hhv. B- og V-værdierne og lav en søjle med B-V.
4. Plot et punktdiagram, hvor du har spektralklasse nummeret på 1. akse og V på 2. akse.
5. Plot et punktdiagram, hvor du har B-V på 1. akse og V på 2. akse.
6. Sammenlign de to grafer. Tag højde for at definitionsmængden i de to grafer er forskellige, så grafen skal nok 'strækkes' en del før du kan foretage sammenligningen.

6.7. Farveindex

Du skal vise, at en stjernes farveindex er uafhængig af afstanden til stjernen, såfremt absorption i det interstellare rum ikke forekommer.

Den tilsyneladende størrelsesklasse i for eksempel B-båndet er givet ved følgende udtryk:

$$B = -2,5 \cdot \log(L_B) + K_B$$

Den absolutte størrelsesklasse i B-båndet kan beskrives ved følgende udtryk:

$$M_B = -2,5 \log\left(\frac{L_B}{4 \cdot \pi \cdot 100 \text{ pc}^2}\right) + K_B$$

Tilsvarende udtryk gælder for de andre farvebånd.

1. Opstil et udtryk for B-V for en given afstand, d, til stjernen.
2. Opstil et tilsvarende udtryk for $M_B - M_V$.
3. Vis at de to udtryk er identiske.

6.8. Et sort hul

Betragt et sort hul med massen $1 \cdot 10^{10}$ kg.

- a) Beregn det sorte huls levetid.
- b) Lav en tabel med t, L, og M-værdier.
- c) Lav en (t, L)-graf, en (t, M)-graf samt en (M, L)-graf.
- d) Lav en endelig en (M, L)-graf.
- e) Prøv at fortolke de fundne grafer.