

# Hammerseismik

## Formål

I denne øvelse skal du bruge seismiske målinger til at undersøge undergrunden under Rosborg.

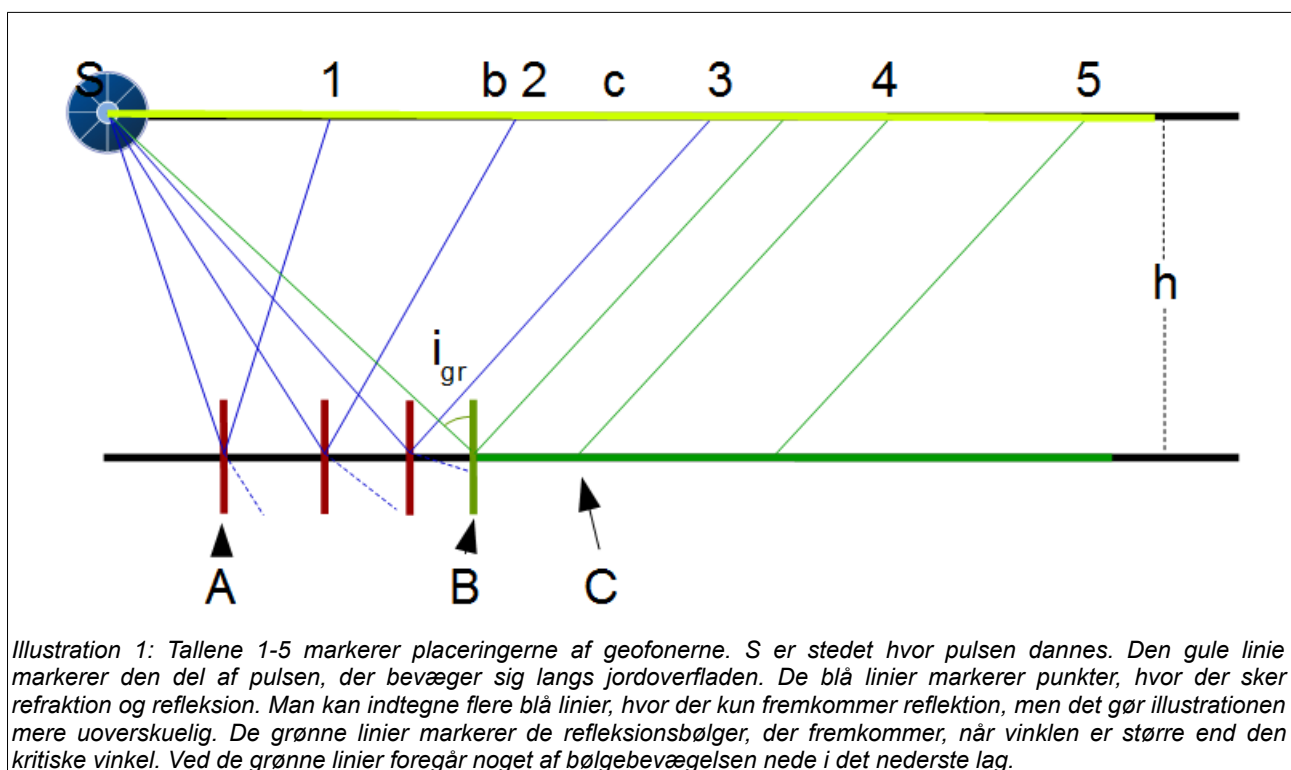
## Teori

Vi har adgang til et sæt geofoner, som er en form for mikrofoner, der kan stikkes ned i jorden langs en linie. Geofonerne er anbragt med samme indbyrdes afstand.

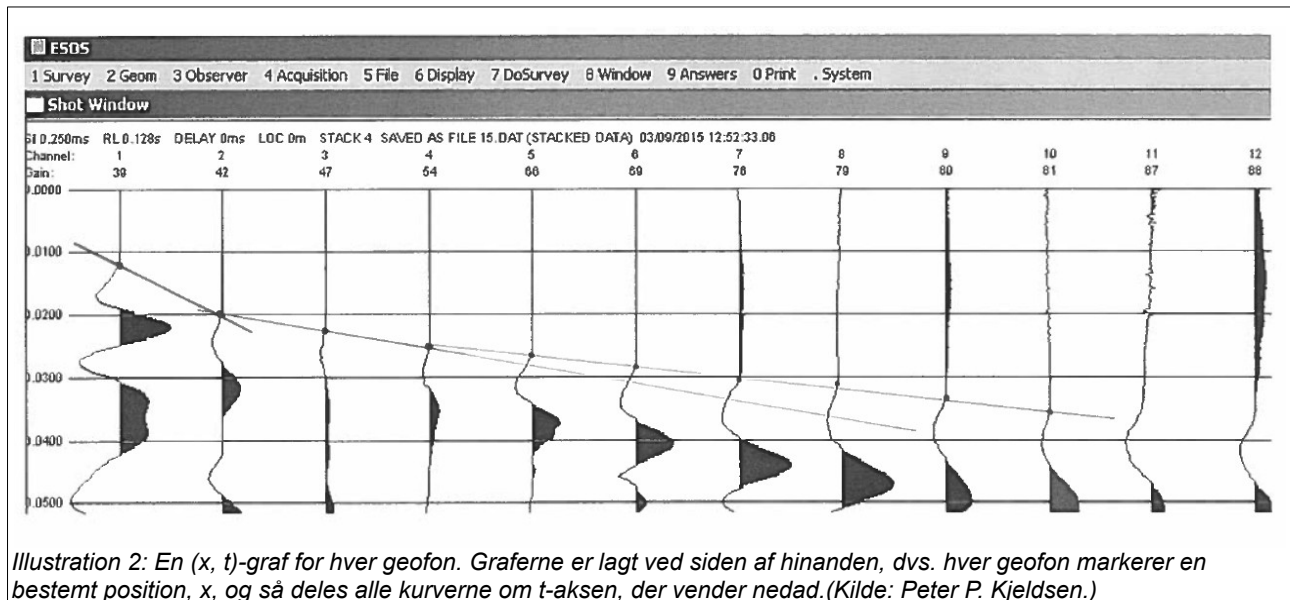
Foran linien med geofoner lægger vi en metalplade, og så slås der hårdt på denne med en mukkert. Slaget danner en trykbølge (P-bølge), som bevæger sig ud i undergrunden som en ringbølge. Denne ringbølge reflekteres/brydes i grænselaget mellem de to jordlag, og vi kan måle på den reflekterede puls, som ryger op til jordoverfladen igen.

Vi antager en to-lagsmodel, dvs. vi har et overflademateriale af en vis tykkelse  $h$ , som er afgrænset af et vandret lag længere nede. Vi antager, at det nederste lag har en højere densitet end det øverste lag, og at lyd hastigheden i det nederste lag dermed er højere end i det øverste lag.

Problemstillingen er illustreret på illustration 1 herunder.



Geofonerne er forbundet til en computer, som registrerer tidspunkterne for de modtagne impulser, hvis udsving også måles og automatisk tegnes ind på en  $(x, t)$ -graf for hver geofon. Computeren lægger alle graferne ved siden af hinanden, så man får et sæt kurver, der ligner den, der er vist på illustration 2. Vores opgave er så at fortolke graferne, så vi kan regne dybden  $h$  ud.



### Den gule linie

Betragt illustration 1. Den gule linie markerer den del af impulsen, som vandrer langs jordoverfladen. Bølgéhastigheden i øverste jordlag kalder vi  $v_0$ . Eftersom fart er tilbagelagt afstand pr. tid kan vi skrive  $x = v_0 t \Leftrightarrow t = \frac{x}{v_0}$ . Dvs. den gule bølge afbildes som en ret linie i en  $(x, t)$ -graf.

Hældningstallet  $\alpha_0 = 1/v_0$ .

### De blå kurver

Betragt nu de blå kurver i illustration 1. Fra metalpladen, hvor impulsen skabes og hen til geofonen, bevæger impulsen sig ned til grænselaget og derefter videre til en geofon. Ifølge refleksionsloven er ind- og udfaldsvinkel den samme. Vi kan bruge Pythagoras' sætning til at finde den tilbagelagte afstand ved f. eks. at betragte trekant SA1. Trekanten kan halveres i to retvinklede trekanter, hver med en katetelængde på  $\frac{1}{2} \cdot S1 \equiv x/2$ , den anden katetelængde er  $h$  og hypotenusen har hver især længden  $v_0 \cdot t/2$ . Ved brug af Pythagoras' sætning fås

$$\left(\frac{v_0 \cdot t}{2}\right)^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + h^2 \Leftrightarrow t = \frac{1}{v_0} \cdot \sqrt{x^2 + 4 \cdot h^2}.$$

### De grønne kurver

Betragt f.eks. trapezet SBC4. De to liniestykker SB og C4 har af symmetri grunde samme længde, og de kan hver især skrives som  $SB = C4 = t_1 \cdot v_0$ , hvor  $t_1$  er det tidsrum bølgen bruger på at tilbagelægge SB eller C4.

Betragt de to identiske trekanter SBb samt Cc4. Vi har ovenfor fundet et udtryk for hypotenusen, SB, og vi kender også grænsevinklen  $i_{gr} = \sin^{-1}(v_0/v_1)$ . (Den kommer fra brydningsloven.) Modstående katete  $S_b$  er givet ved  $S_b = SB \cdot \sin(i_{gr}) = SB \cdot v_0/v_1$ . Hosliggende katete er  $h$ . Dvs vi kan atter bruge Pythagoras' sætning og skrive

$$\begin{aligned} (v_0 \cdot t_1)^2 &= h^2 + \left(\frac{SB \cdot v_0}{v_1}\right)^2 \wedge (v_0 \cdot t_3)^2 = h^2 + \left(\frac{C4 \cdot v_0}{v_1}\right)^2 \wedge t_1 = t_3 \Leftrightarrow \\ (v_0 \cdot t_1)^2 &= h^2 + \left(\frac{v_0 \cdot t_1 \cdot v_0}{v_1}\right)^2 \Leftrightarrow \left(1 - \left(\frac{v_0}{v_1}\right)^2\right) \cdot v_0^2 \cdot t_1^2 = h^2 \Leftrightarrow \\ t_1 &= \frac{h}{v_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{v_1}\right)^2}} = t_3. \end{aligned}$$

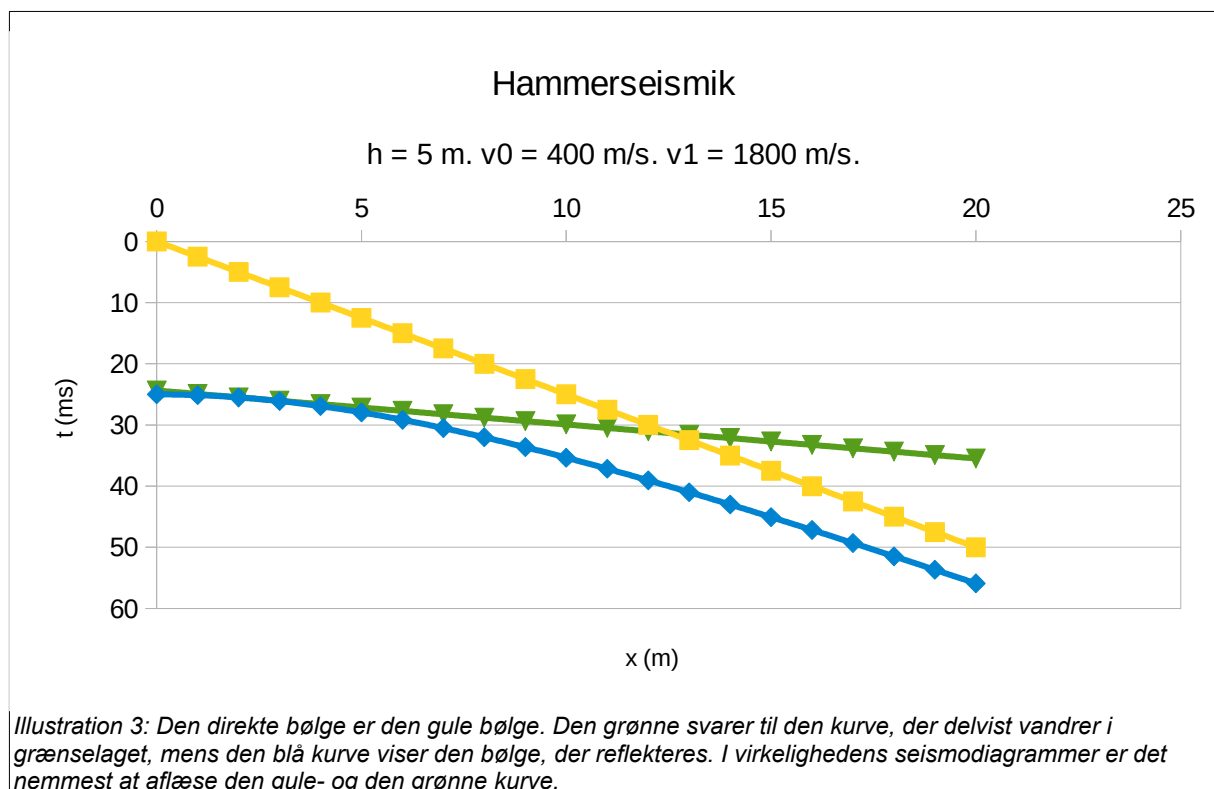
I det vandrette stykke i grænselaget BC bevæger bølgen sig med hastigheden  $v_1$ , og tiden bølgen bruger, kalder vi  $t_2$ . Dvs. at liniestykket  $BC = v_1 \cdot t_2$ . Vi målte fra geofon 4, og kalder vi dens position for  $x$  gælder det at  $S4 = Sb + bc + c4 = x$ . Dvs.

$$v_1 t_2 = BC = x - 2 \cdot Sb = x - \frac{2 \cdot v_0 \cdot t_1 \cdot v_0}{v_1} \Leftrightarrow t_2 = \frac{x}{v_1} - 2 \left(\frac{v_0}{v_1}\right)^2 t_1.$$

Det samlede tidsrum er  $t = t_1 + t_2 + t_3 = 2 \cdot t_1 + t_2$ . Nu kan vi sætte udtrykkene for  $t_1$ ,  $t_2$  og  $t_3$  ind og regne lidt. Resultatet bliver forskriften for en ret linie med hældningstal  $\alpha_1 = 1/v_1$ .

$$t = \frac{x}{v_1} + \frac{2 \cdot h}{v_0} \sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{v_1}\right)^2}.$$

Nu har vi fundet funktioner  $t(x)$  for de tre slags bølger, der kommer forbi detektoren. Hvis man tegner dem i samme koordinatsystem får vi



Det er jo dybden,  $h$ , vi er interesseret i, og den kan findes, hvis vi aflæser hældningstallene for den gule- samt den grønne linie. De reciprokke værdier giver  $v_0$  og  $v_1$ . Ved skæringspunktet,  $x_{\text{cross}}$ ,

mellem de to linier kan vi sætte de to ligninger lig med hinanden for derefter at isolere  $h$ .

$$t = \frac{x_{cross}}{v_0} \wedge t = \frac{x_{cross}}{v_1} + \frac{2 \cdot h}{v_0} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{v_1}\right)^2} \Leftrightarrow \frac{x_{cross}}{v_0} = \frac{x_{cross}}{v_1} + \frac{2 \cdot h}{v_0} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{v_1}\right)^2} \Leftrightarrow$$

$$h = x_{cross} \cdot \left(\frac{1}{v_0} - \frac{1}{v_1}\right) \cdot \frac{v_0}{2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{v_1}\right)^2}} \Leftrightarrow h = \frac{x_{cross} \cdot \left(1 - \frac{v_0}{v_1}\right)}{2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{v_1}\right)^2}} = \frac{x_{cross}}{2} \cdot \sqrt{\frac{v_1 - v_0}{v_0 + v_1}}$$

En alternativ måde at finde dybden  $h$  på, er ved at aflæse skæringspunktet mellem den blå kurve og  $x=0$ . Vi kalder dette tidspunkt for  $t_0$ . Man ser af formlen på side 2 at følgende må gælde.

$$t(0) \equiv t_0 = \frac{1}{v_0} \cdot \sqrt{0^2 + 4 \cdot h^2} = \frac{2 \cdot h}{v_0} \Leftrightarrow h = \frac{v_0 \cdot t_0}{2}$$

## Fremgangsmåde

Udrul kablet med geofonerne og stik dem ned i jorden. Sørg for at kablet er helt udsپændt. Tilslut til seismografen og tænd for udstyret.

Sørg for at metalpladen sidder godt fast i jorden. Alle står stille nu, så der kun kommer en impuls fra hammeren. Den, som har hammeren, slår hårdt og skarpt ned i metalpladen. Der skal slås 3 gange. Et seismogram for alle tre slag fremkommer. Gem det. Kontroller at det er muligt at finde de to rette linier. (Dem som svarer til den gule- og grønne linie i teoriafsnittet.) Hvis det ikke er muligt at finde linierne, gentages forsøget.

Ændr. geofonafstanden til f. eks. 50 cm mellem hver geofon og gentag eksperimentet. Dette gøres så vi kan få en bedre opløsning for små dybder.

## Databehandling

Aflæs  $x_{cross}$  samt  $\alpha_0$  og  $\alpha_1$ . Beregn  $v_0$  og  $v_1$ . Indsæt de fundne tal i formlerne ovenfor og bestem dybden. Gentag for det andet seismogram med den anden geofonafstand.

Benyt en tabel over hastigheder til at vurdere, hvad de to lag består af.

## Diskussion/Konklusion

Diskuter dine resultater og skriv en passende konklusion.

<b>Materiale (bjergart)</b>	<b>P-bølge hastighed (m/s)</b>
Sand/grus (tørt)	200 - 1000
Sand/grus (vandmættet)	1500 - 2000
Sandsten	2000 - 6000
Ler	1000 - 2500
Kalk	2000 - 4500
Granit	5800 - 6500