Datering ved hjælp af radiometri

Øen Akilia syd for Nuuk. Her findes klipper, der er har en alder på ca. 3,85 Ga. Kilde: Google/CNES/DigitalGlobe.

Af Michael Andrew Dolan Møller, maj 2016

Indholdsfortegnelse

Datering af klipper og sten

Denne note gennemgår nogle af de metoder, der bruges til at datere klipper og sten ved hjælp af radioaktivitet. Det forudsættes, at læseren er bekendt med α-, β- og γ-henfald samt isotopbegrebet. Noten lægger sig kraftigt op ad kapitlet om radiometri i The Solid Earth af C. M . R. Fowler.

1. Henfaldsloven

Visse isotoper er ikke stabile, dvs. de vil af sig selv henfalde til andre grundstoffer eller isotoper. Den fysiske mekanisme bag henfaldet er kompliceret, men vi kan nøjes med at acceptere den grundlæggende regel, at ethvert fysisk system søger mod lavest mulige energitilstand. F. eks. vil en bold på en skrånende bakke altid søge mod bunden af bakken, den søger aldrig opad med mindre en ydre kraft påvirker eller har påvirket den.

Atomkerner er bundet sammen ved hjælp af den stærke kernekraft, men foruden denne kraft er der en frastødende elektrisk kraft mellem protonerne i kernen. Hvis det indbyrdes forhold mellem antallet af neutroner og protoner i en kerne ikke er 'rigtigt', vil kernen have et overskud af energi, som den vil skille sig af med. Tilsvarende kan kernen i visse tilfælde vibrere for meget, og den kan skille sig af med denne energi ved udsendelse af en foton.

1.1. Henfaldskonstanten

Man definerer henfaldskonstanten, k, som sandsynligheden for at en kerne henfalder pr. sekund. Vi antager, at henfaldskonstanten er konstant. Eksperimenter har vist, at denne definition er god, da ustabile atomkerner i *stort antal* netop opfører sig på ovenstående måde. Omvendt betyder det, at hvis man har et meget lille antal kerner, så vil de ikke nødvendigvis opføre sig som definitionen dikterer. Vi taler om henfaldets statistiske natur.

Hvis vi har et antal radioaktive kerner, N, så vil *tilvæksten* af kernerne, ΔN, i et kort tidsrum Δt være negativ, da der jo henfalder kerner. Vi skriver tabet af antallet af kerner, som den negative tilvækst $-\Delta N$. ($-\Delta N$ er altså positiv.) Hvis k er sandsynligheden for at én kerne henfalder pr. sekund, så må $k \cdot N$ være antallet af kerner, der henfalder i alt pr. sekund. Hvis tidsrummet ikke er et sekund men f.eks. Δt, så må det samlede antal kerner, der henfalder i tidsrummet Δt kunne skrives som

$$-\Delta N = k \cdot N \cdot \Delta t \Leftrightarrow \frac{\Delta N}{\Delta t} = -k \cdot N .$$

Ligningen ovenfor viser, at efterhånden som antallet af kerner henfalder, så vil antallet af henfaldende kerner pr. tid også falde. Raten ændres altså med tiden. Derfor kan der ikke være tale om en lineært aftagende funktion. Enheden for henfaldskonstanten skal normalt angives i SI-enheden $[k] = s^{-1}$.

Hvis man lader Δt gå mod nul, vil ΔN også gå mod nul men med en anden hastighed, og hele forholdet går imod differentialkvotienten. Dvs. vi kan skrive følgende

$$\frac{dN}{dt} = N'(t) = -k \cdot N \tag{1}$$

Man kan løse denne ligning ved integration, eller man kan gætte sig til en løsning. Det viser sig, at løsningen er

$$N(t)=N_0 \cdot e^{-k\,t} \tag{2}$$

hvor N_0 er antallet af radioaktive kerner til $t = 0$.

Øvelse 1.1
Vis at (2) er en løsning til (1).

1.2. Halveringstid

Foruden henfaldskonstanten, k, anvender man også begrebet halveringstid, da halveringstid er et meget intuitivt begreb. Halveringstiden for en isotop er nemlig det tidsrum, der skal gå, for at antallet af kerner i en prøve er blevet halveret. SI-enheden for halveringstiden er $[T_{½}] = \mathrm{s}$, men man må gerne benytte andre enheder såsom m s og yr[1].

Vi har altså, at $N(t+T_{½}) = ½ \cdot N(t)$. Løsningen til denne ligning er givet ved formlen

$$N(t)=N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}} \tag{3}$$

Øvelse 1.2. (Svær.)
Udled formel (3).

Hvis man bruger formel (2) og (3) kan man vise følgende sammenhæng mellem henfaldskonstanten og halveringstiden

$$k=\frac{\ln(2)}{T_{½}} \tag{4}$$

Øvelse 1.3
Vis (4) ved brug af formel (2) og (3).

Øvelse 1.4
K-40 har en halveringstid på $T_{½} = 1{,}251$ Gyr.

a) Beregn henfaldskonstanten.
b) Tegn en graf over $N(t)$, hvor $N_0 = 100\%$ og hvor tiden måles i Gyr.

2. Aktivitet

Aktivitet er defineret som det antal kerner, der henfalder pr. tidsenhed. SI-enheden for aktivitet er $[A] = \mathrm{s}^{-1} = \mathrm{Bq}$, hvor Bq udtales *Becquerel* efter opdageren af radioaktivitet *Henri Becquerel*. Bemærk at man for at mindes H. Becquerels indsats altid skriver Bq i stedet for s^{-1}.

Aktivitet skrives som

$$A(t)=\frac{-dN(t)}{dt}=-N'(t)=k \cdot N(t)=k \cdot N_0 e^{-k\,t} \equiv A_0 \cdot e^{-k\,t} \tag{5}$$

Tegnet ≡ betyder "identisk lig med", dvs. vi har defineret $A_0 = k \cdot N_0$.

1 yr er en forkortelse for year – altså år. Man sætter tit et dekadisk præfiks foran, f.eks. kyr, Myr, Gyr, hvor $k = 10^3$, $M = 10^6$ og $G = 10^9$. Enheden år kan også skrives på latin: a er bogstavet for anuum. (Bemærk at a også er anvendt som det dekadiske præfiks atto = 10^{-18}.)

Øvelse 2.1

a) Overbevis dig om det første ligmed-tegn i (5).
b) Vis at $A(t) = A_0\, e^{-k\,t}$.

Eftersom *A(t) = k·N(t)* må det betyde, at hvis vi kan måle aktiviteten *A(t)*, så kan vi ved kendskab til henfaldskonstanten *k* beregne os frem til antallet af kerner i en radioaktiv prøve.

3. Dateringsmetoder

3.1. Aldersbestemmelse med kulstof 14-metoden

C-14 dannes i den øvre atmosfære pga. kosmisk stråling fra rummet. C-14 er radioaktiv og alt levende indånder C-14. Der er ligevægt af C-14 i levende væv, men så snart vævet dør, vil mængden af C-14 aftage, fordi isotopen er radioaktiv. Dette færnomen kan bruges til at bestemme alderen af biologisk materiale.

I atmosfæren findes N-14 i store mængder. Når N-14 bestråles af neutroner, som primært kommer fra kosmisk stråling, sker følgende processer, som ender i en ligevægt

$$ {}^{14}_{7}N + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{14}_{6}C + {}^{1}_{1}p $$
$$ {}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{17}_{7}N + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu}\,. $$

Den kosmiske stråling består af protoner, elektroner, neutroner, ioner og ca. 0,1% fotoner. Når disse partikler rammer Jordens atmosfære, dannes ofte neutroner, som indgår i processen ovenfor. Den kosmiske stråling er ikke konstant, så atmosfæren vil over tid have små variationer i mængden af C-14.

Øvelse 3.1

Halveringstiden for C-14 er $T_{½}$ = 5730 yr. Man har ved en avanceret metode målt aktiviteten på en gammel knogle, og aktiviteten er *A* = 16 Bq.

a) Beregn henfaldskonstanten *k*.
b) Beregn antallet af C-14 kerner i prøven.
c) Tegn *N(t)* og *A(t)* fra måletidspunktet.
d) En måling af aktiviteten på en nyligt død knogle er *A* = 28 Bq. Hvor gammel er den gamle knogle såfremt mængden af C-14 i atmosfæren er konstant?

I øvelse 3.1 antog vi, at mængden af C-14 i atmosfæren er konstant. Dette er kun tilnærmelsesvist korrekt, som det også blev nævnt i boksen ovenfor. Ved at sammenligne C-14 målinger med andre metoder – f.eks. årringsdatering, kan man finde en relation mellem målt C-14 alder og den faktiske alder. Sammenhængen er vist i illustration 1.

I boksen står der nogle forkortelser for de undersøgelser, der har været med til at konstruere grafen. De er ikke relevante for os. Vi kan bruge grafen til at aflæse den faktiske alder, når C-14 alderen er fundet ved måling/beregning af aktivitet af en prøve.

Øvelse 3.2

I øvelse 3.1d fandt du en alder for en knogle.

a) Benyt illustration 1 til at bestemme den faktiske alder for denne knogle.
b) Beregn den procentvise forskel mellem aldrene bestemt i spørgsmål a og i 3.1 d.

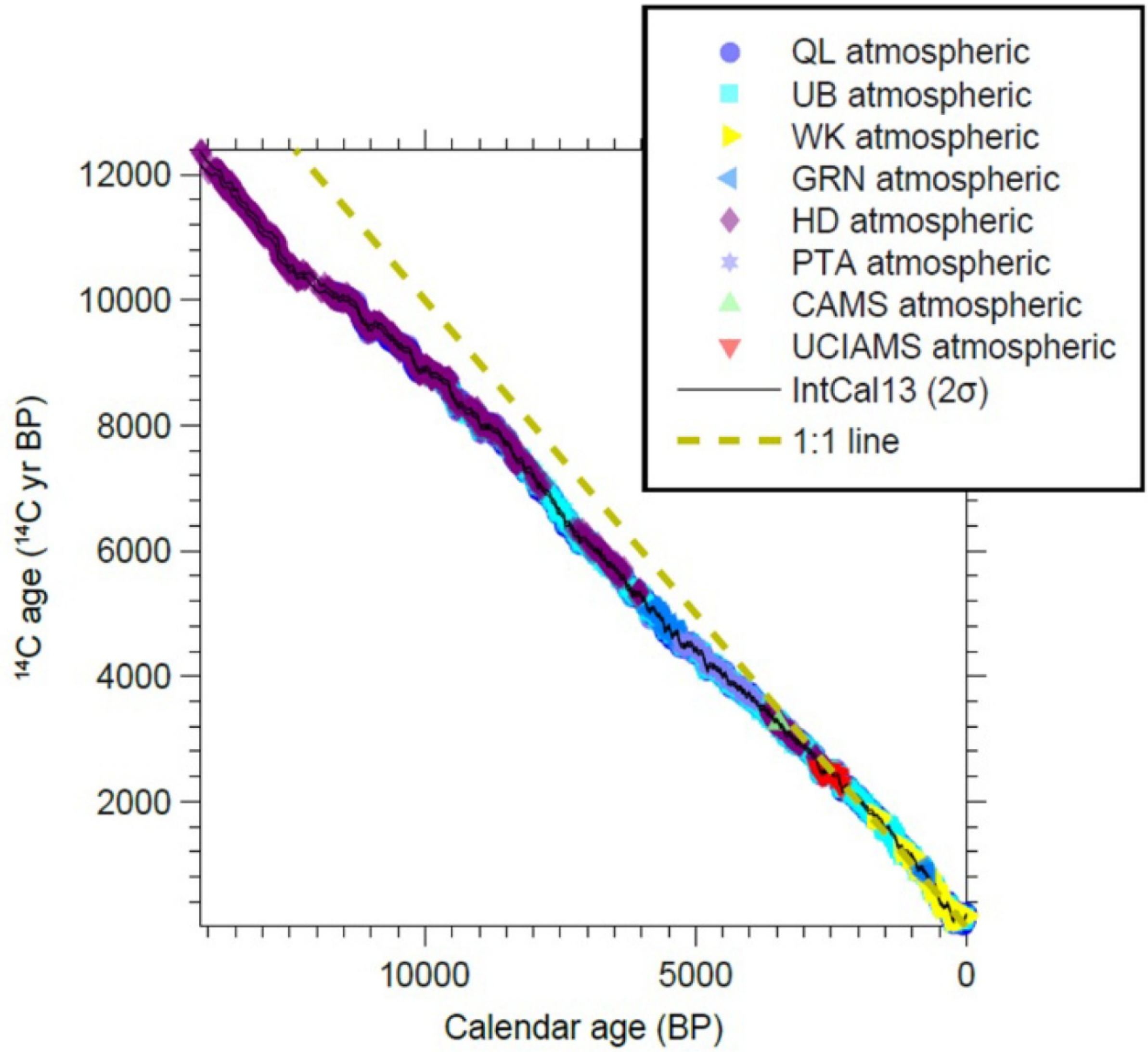

Illustration 1: Sammenhæng mellem målt C-14 alder og faktisk alder. Den stiplede kurve viser tilfældet hvor C-14 indholdet i atmosfæren er konstant. Man ser, at det er nødvendigt at tage højde for forskellen for aldre over ca. 2500 år.

3.2. Bestemmelse af aldre ved måling på isotopforhold

I afsnit 3.1 så vi, hvordan vi kan bestemme alderen af dødt væv ved kulstof-14 metoden. I denne metode er der der en konstant mængde C-14 i levende væv, og den henfalder så med tiden. I andre tilfælde er problemet mere indviklet. F.eks. kender man ikke altid startmængden af en given isotop, men måske kender man nogle forhold mellem forskellige isotoper.

Inden du læser videre, så forsøg at løse øvelse 3.3 a-c.

Øvelse 3.3

Uran-235 og U-238 skabes i stjerneeksplosioner. Se illustration 2 for et billede af resterne af en stjerneeksplosion. Modeller viser, at forholdet mellem antalsprocenterne af uranisotoperne[2] U-235

2 Kilde: http://www.world-nuclear.org/information-library/nuclear-fuel-cycle/uranium-resources/the-cosmic-origins-of-uranium.aspx

og U-238 er 1,65 ved dannelsen. Det skriver man på følgende måde $N_{U\text{-}235}/N_{U\text{-}238} = 1{,}65$.

Halveringstiderne for de to isotoper er hhv $T_{½}^{U\text{-}235} = 703$ Myr og $T_{½}^{U\text{-}238} = 4{,}47$ Gyr.

a) Tegn de to *N(t)*-grafer i samme koordinatsystem.
b) I dag er antalsprocenterne af $\text{U-235}|_{\text{relativ}} = 0{,}720$ % og $\text{U-238}|_{\text{relativ}} = 99{,}2745$ %. Hvorfor giver de to procentsatser ikke 100%?
c) Beregn forholdet $N_{U\text{-}235}/(N_{U\text{-}235} + N_{U\text{-}238})$ fra tiden for Solsystemets dannelse. Tegn også en graf over forholdet.
d) Find ved aflæsning ud af hvor gammel Solsystemet er.

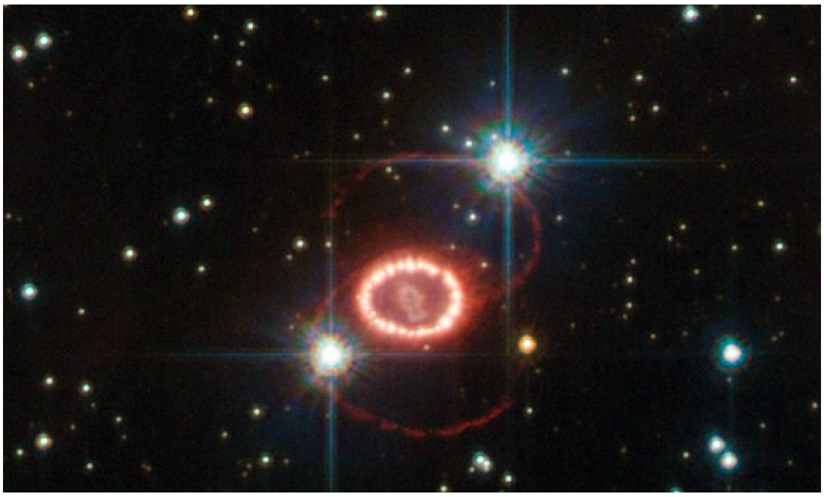
Illustration 2: SN 1987A. En stjerne eksploderede i 1987 i Den store Magellanske sky. I dag kan man se gasresterne fra stjernen ramle ind i nabogasser, hvorved det hele lyser op - som en perlekæde. Kilde: NASA.

I spørgsmål 3.3d får man en alder på 6,5 Gyr, hvilket som bekendt er knap 2 Gyr for højt. Grunden skyldes, at den gassky, *Nebulaen,* som Solsystemet oprindeligt blev lavet af, ikke har fået leveret sit uran fra én supernova, men fra flere. Derfor er ovenstående dateringsmetode ikke præcis.

Øvelsen illustrerer et typisk problem ved radioaktive dateringsmetoder – forudsætningerne holder ofte ikke. Nogle gange er der flere kilder til de isotoper, vi måler, som illustreret i øvelse 3.3, andre gange er der ved kemiske- og biologiske processer forsvundet isotoper fra de prøver, vi tager. Derfor må man bruge flere metoder, når man skal datere en sten, et klippelag osv. Hvis de forskellige dateringsmetoder giver ca. samme alder, kalder man resultaterne for *konkordante*, og hvis de giver forskellige aldre, så kalder man resultaterne for *diskordante.*

Selvom metoden med at måle på forholdene mellem antalsprocenterne af U-235 og U-238 ikke giver en god bestemmelse af Solsystemets alder, så er metoden alligevel brugbar i visse tilfælde. Derfor kan det være en god ide, at udlede en generel formel for alderen, τ.

Ved dannelsen af et materiale, er der et bestemt forhold, φ, mellem antallet af to isotoper A og B. I eksempel 3.3 var $\varphi = 1{,}65$; A kan eksemplificeres ved U-235 og B ved U-238. Procentsatsen af A ud af de samlede isotoper A + B kaldes for η. I eksempel 3.3 er $\eta = 0{,}72\%$. De to isotoper har hver en halveringstid på T_A og T_B.

Ved brug af henfaldsloven (3) kan vi skrive følgende to formler op

$$N_A(\tau)=N_{A0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\tau}{T_A}}\wedge N_B(\tau)=N_{B0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\tau}{T_B}}\wedge\frac{N_{A0}}{N_{B0}}=\phi\wedge\frac{N_A(\tau)}{N_A(\tau)+N_B(\tau)}=\eta$$

Ved sammensætning af ligningerne ovenfor, får man følgende ligninger

$$\frac{N_{A0}}{N_{B0}}=\phi \wedge \eta=\frac{N_{A0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\tau}{T_A}}}{N_{A0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\tau}{T_A}}+N_{B0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\tau}{T_B}}}=\frac{1}{1+\frac{N_{B0}}{N_{A0}}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\tau\cdot\left(\frac{1}{T_B}-\frac{1}{T_A}\right)}}=\frac{1}{1+\phi^{-1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\tau\cdot\left(\frac{1}{T_B}-\frac{1}{T_A}\right)}}\Leftrightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\tau\cdot\left(\frac{1}{T_B}-\frac{1}{T_A}\right)}=\frac{\phi}{\eta}-\phi\Leftrightarrow$$

$$\tau\cdot\frac{T_A-T_B}{T_A\cdot T_B}\cdot\ln\left(\frac{1}{2}\right)=\ln\left(\frac{\phi}{\eta}-\phi\right)\Leftrightarrow$$

$$\tau=\frac{\ln\left(\frac{\phi}{\eta}-\phi\right)}{\ln(2)}\cdot\frac{T_A\cdot T_B}{T_B-T_A} \qquad (6)$$

Øvelse 3.4

a) I øvelse 3.3 var η = 0,72 % og φ = 1,65. T_A = 0,703 Gyr og T_B = 4,47 Gyr. Beregn alderen ved indsættelse i (6).
b) Gennemregn udledningen af (6). (Kræver omhyggelighed.)

3.3. Mor-datter henfald

Nogle gange kan man være heldig, at der ved dannelsen af en bjergart findes en radioaktiv isotop (moderkernerne), hvis henfaldsprodukter (datterkernerne) er stabile. Vi har jo allerede set eksemplet med C-14 metoden, som dog kun duer for datering af biologisk materiale. Hvis startmængden af henfaldsproduktet også er kendt, kan man 'nemt' datere bjergarten.

I en prøve, er der N_0 moderkerner, hvis henfaldskonstant er k_M. Antallet af datterkerner, D_0, antages i første omgang til at være 0. Vi kan udtrykket antallet af datterkerner til tiden *t, D(t)*, som funktion af det aktuelle antal moderkerner, *N(t)*. Det gøres ved at bruge henfaldsloven (2)

$$D(t)=N_0-N(t)=N_0-N_0\cdot e^{-k_M\cdot t}=N_0\cdot(1-e^{-k_M\cdot t})=\frac{N(t)}{e^{-k_M\cdot t}}\cdot(1-e^{-k_M\cdot t})\Leftrightarrow$$

$$\eta\equiv\frac{D(t)}{N(t)}=e^{k_M\cdot t}-1\Leftrightarrow \qquad (7)^3$$

$$t=\frac{\ln(\eta+1)}{k_M} \qquad (8)$$

Ved brug af (8) kan man altså datere et klippelag, såfremt man kender henfaldskonstanten for moderkernen, og hvis man er i stand til at måle forholdet mellem datter- og moderkerner i dag. Det er heldigvis praktisk muligt ved hjælp af et massespektrometer at gøre dette.

Metoden ovenfor er praktisk anvendelig for henfaldene af Rb-87 til Sr-87 samt for Sm-147 til Nd-143, men den kan også bruges i de tilfælde, hvor et kædehenfald domineres af ét delhenfald, der har en meget mindre henfaldskonstant end de øvre delhenfald. For eksempel henfalder U-238 til Pb-206 via 8 α-henfald og 6 β-henfald, hvilket umiddelbart giver 14 ligninger, der skal løses. Men fordi

3 Igen er η et forhold mellem antal kerner. Men hvor det for urans vedkommende var forholdet mellem isotoper af samme grundstof, så er datterkernerne et andet grundstof end moderkernerne – men datterkernerne dannes dog af moderkernerne.

henfaldskonstanten for U-238 er voldsomt meget mindre end for de øvrige delhenfald, vil formel (8) til stor nøjagtighed alligevel kunne bruges. Tilsvarende kan man sige om henfaldet af U-235 til Pb-207 og Th-232 til Pb-208.

Eksempel 1 – Undersøgelse af månezirkon
I en månezirkon[4] har man for U-238 til Pb-206 henfaldene målt η = 1,232 og for U-235 til Pb-207 henfaldene har man målt η = 70,1. Henfaldskonstanterne er $k_{U\text{-}238}$ = 0,15507 Gyr^{-1} og $k_{U\text{-}235}$ = 0,98598 Gyr^{-1}.

Ved indsættelse i formel (8) fås alderen af prøven til $t=\frac{\ln(1+1{,}232)}{0{,}15507\,Gyr^{-1}}=5{,}178\,Gyr$, og $t=\frac{\ln(1+70{,}1)}{0{,}98598\,Gyr^{-1}}=4{,}325\,Gyr$. Her ser man straks, at aldrene er forskellige, dvs. der er noget galt med måledatane.

Problemet er, at forholdene mellem moder- og datterkerner ovenfor ikke er bestemt nøjagtigt nok. De to forhold skal ganges med en faktor, for at de passer. Heldigvis er vi i stand til at finde denne faktor, og det vil blive uddybet i næste afsnit.

3.3.1. Aldre målt med uran/bly-metoden

U-238 henfalder ved en serie af α- og β-henfald til Pb-206. Henfaldskonstanten for U-238 er væsentligt mindre end alle de andre henfaldskonstanter, så det er en udmærket tilnærmelse at antage at processerne sker som ét henfald[5]. Derfor kan vi bruge formel (7) og (8) til at bestemme alderen af en prøve, så længe det er muligt at bestemme forholdet η. Tilsvarende kan gøres for henfaldet af U-235 til Pb-207.

Hvis målingerne af η ikke giver god sikkerhed på dateringen, som er illustreret i eksempel 1, kan det nogle gange være bedre at måle forholdet mellem bly-isotoperne alene. For at fortolke sådanne målinger kan vi benytte formel (7)

$$N(t)_{Pb-206}=N(t)_{U-238}\cdot\left(e^{k_{U-238}\cdot t}-1\right)\wedge N(t)_{Pb-207}=N(t)_{U-235}\cdot\left(e^{k_{U-235}\cdot t}-1\right)\Leftrightarrow \tag{9}$$

$$\frac{N(t)_{Pb-206}}{N(t)_{Pb-207}}=\frac{N(t)_{U-238}}{N(t)_{U-235}}\cdot\frac{e^{k_{U-238}\cdot t}-1}{e^{k_{U-235}\cdot t}-1} \tag{10}$$

Forholdet mellem uran-isotoperne i dag er velbestemt til 99,2745%/0,7200% = 137,88, og derfor er det kun nødvendigt at måle forholdet af de to blyisotoper.

Formel (10) kan også skrives på formen

$$\frac{\eta\left({}^{238}U-{}^{206}Pb\right)}{\eta\left({}^{235}U-{}^{207}Pb\right)}\equiv\frac{N(t)_{Pb-206}/N(t)_{U-238}}{N(t)_{Pb-207}/N(t)_{U-235}}=\frac{e^{k_{U-238}\cdot t}-1}{e^{k_{U-235}\cdot t}-1} \tag{11}$$

Det smarte ved formel (11) er, at hvis de to η'er er bestemt forkert med en vis faktor, så går

4 Kilde: Meteoritics & Planetary Science **31**, 370-387 (1996): Meyer et al, *Uranium-lead ages for lunar zircons: Evidence for a prolonged period of granophyre formation from 4.32 to 3.88 Ga.*

5 I henfaldskæderne for de to blyisotoper er de længste halveringstider for datterkernerne hhv 0,247 Myr og 0,0324 Myr. Dvs. metoden duer kun, hvis alderen er klippen er væsentligt ældre end 0,247 Myr.

faktoren ud ved divisionen, og dermed kan alderen alligevel bestemmes korrekt.

Eksempel 2 – Månezirkon en gang til
I eksempel 1 fandt vi to forkerte aldre. Men nu benyttes formel (11), og t kan derefter bestemmes ved målsøgning i et regneark eller vha. et CAS-værktøj. Vi får altså $\frac{1{,}232}{70{,}1}=\frac{e^{k_{U-238}\cdot t}-1}{e^{k_{U-235}\cdot t}-1}\Rightarrow t=3{,}89\,Gyr$. Dette tal er mere korrekt end de to aldre, vi fandt i eksempel 1.

Det viser sig, at mineralet *zirkon* er velegnet til at måle blyforholdet med. Grunden til, at zirkon er så velegnet, skyldes, at det holder på uran-metaller og henfaldsprodukterne, og når zirkon dannes, er der intet bly deri. Endelig findes zirkon overalt i naturen.

Øvelse 3.5.

Illustration 3: Johnny Lyon granodiorit i Cochise County, Arizona. Klipperne er over en milliard år gamle. Kilde: http://www.sanpedrorivervalley.org/ecoregional_tresalamos_north.htm.

Man[6] har undersøgt nogle prækambriske klipper kaldet Johnny Lyon granodiorit (Johnny Lyon Hills, Arizona) ved at undersøge deres blyindhold. Klipperne er dannet ved at en del af jordskorpen er blevet presset vandret sammen, så den er bulet opad.

For tre prøver har man målt følgende forhold $N_{\text{Pb-206}}/N_{\text{Pb-207}}$ = {8,840; 9,054; 8,939; 8,71; 8,84; 9,04; 9,10}.

a) Bestem alderen af klipperne. (Hint: Brug et CAS-værktøj eller benyt en grafisk metode.)

3.3.2. Konkordansdiagram

I forrige afsnit så vi, hvordan vi kan bestemme alderen af en prøve, hvis vi målte et isotopforhold, som jo ændrer sig i takt med alderen af prøven. Men hvis prøven undergår *metamorfose*[7] i løbet af tiden fra dannelsen til nu, så kan enten bly eller uran eller begge grundstoffer forsvinde helt eller delvist fra prøverne. Dermed bliver aldersbestemmelsen forkert. Man kan dog løse dette problem ved at udnytte nogle egenskaber fra det såkaldte konkordans-diagram. (Konkordans betyder

6 Kilde: Leon T. Silver & Sarah Deutsch, *Uranium-Lead Isotopic Variations in Zircons: A Case Study*, The Journal of Geology, Vol **71**, Nr. 6 (Nov. 1963) pp. 721-758.
7 Metamorfose betyder, at en klippe undergår en kraftig temperatur- og/eller trykændring, hvorved porerne åbner sig, og materialet kan skifte struktur.

'samstemmende', som i dette tilfælde refererer til tid.)

Betragt formlerne (9). I forrige afsnit delte vi de to ligninger med hinanden for at finde blyisotopforhold samt et (kendt) uranisotopforhold. Her vil vi benytte forholdene mellem bly- og uranmængder og beregne dem teoretisk. Dvs. vi får

$$\frac{N(t)_{Pb-206}}{N(t)_{U-238}} = e^{k_{U-238} \cdot t} - 1 \wedge \frac{N(t)_{Pb-207}}{N(t)_{U-235}} = e^{k_{U-235} \cdot t} - 1 \tag{12}$$

Ved at vælge forskellige tider, kan man beregne et teoretisk konkordansdiagram, som viser sammenhængen mellem isotopforholdene ved forskellige tidspunkter. Da vi jo har valgt samme tidspunkt til beregningerne af hvert talsæt, er aldrene naturligvis ens - dvs. konkordante. I princippet kan man nøjes med at måle på ét isotopforhold, og så kan alderen af prøven bestemmes - hvis prøven altså aldrig havde undergået forandring. Betragt illustration 4.

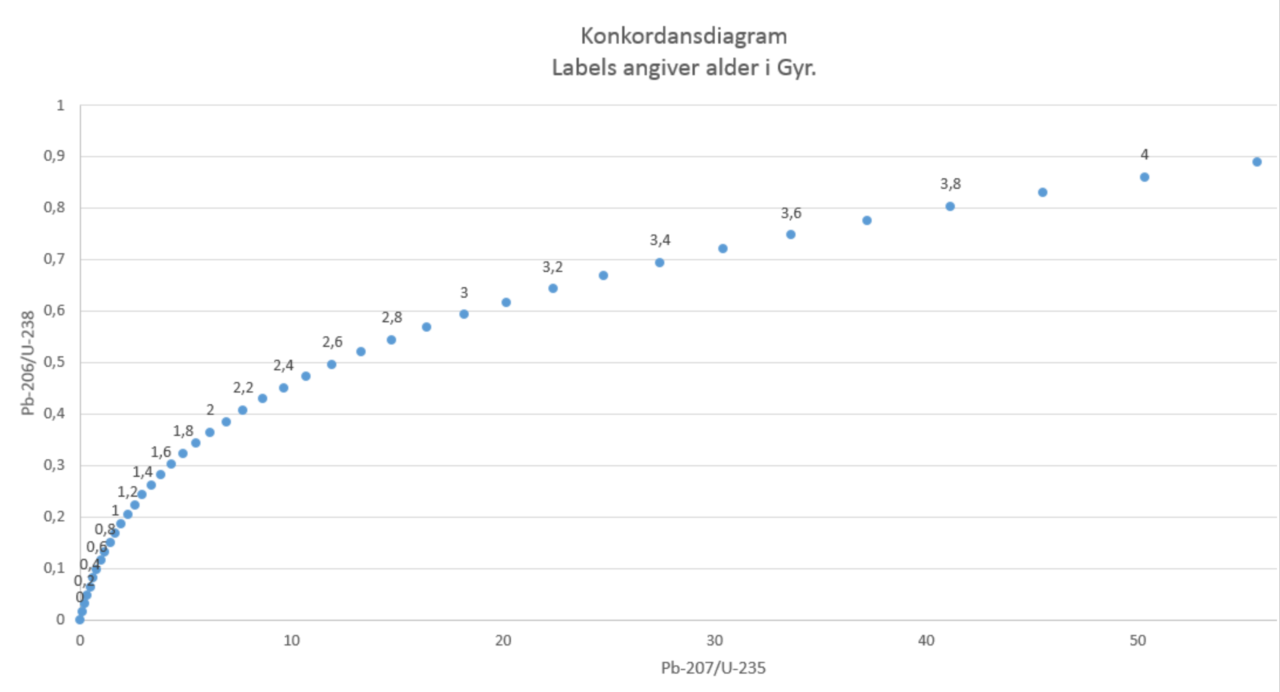

Illustration 4: Konkordansdiagram. Værdierne er beregnet ved at benytte formlerne (12).

I illustrationen er de forventede isotopforhold angivet, og alderen er markeret ved labels på halvdelen af punkterne.

Læseren bedes nu forestille sig, at en bjergart dannes for T år siden. Bjergartens porrer lukker sig, og efter tidsrummet τ sker der metamorfose, så noget af blyet forsvinder. Derefter lukkes porrerne sig igen, og der sker ikke mere med bjergarten, før en geolog møder op og tager forskellige stenprøver fra bjergarten.

Vi antager, at blyisotoperne ikke fraktioneres, dvs. hvis 10 % af ^{206}Pb-kernerne forsvinder ved metamorfosen, så antager vi, at også 10 % af ^{207}Pb-kernerne forsvinder. Dermed bliver de to bly/uran-isotopforhold jo ændret[8], og derfor vil anvendelse af formlerne (12) give forskellige aldre - resultaterne bliver *diskordante*.

8 Husk, at der er forskellige mængder U-235 og U-238, så hvis man fjerner samme procentsats Pb-kerner, så vil de to bly/uran-forhold ændres forskelligt.

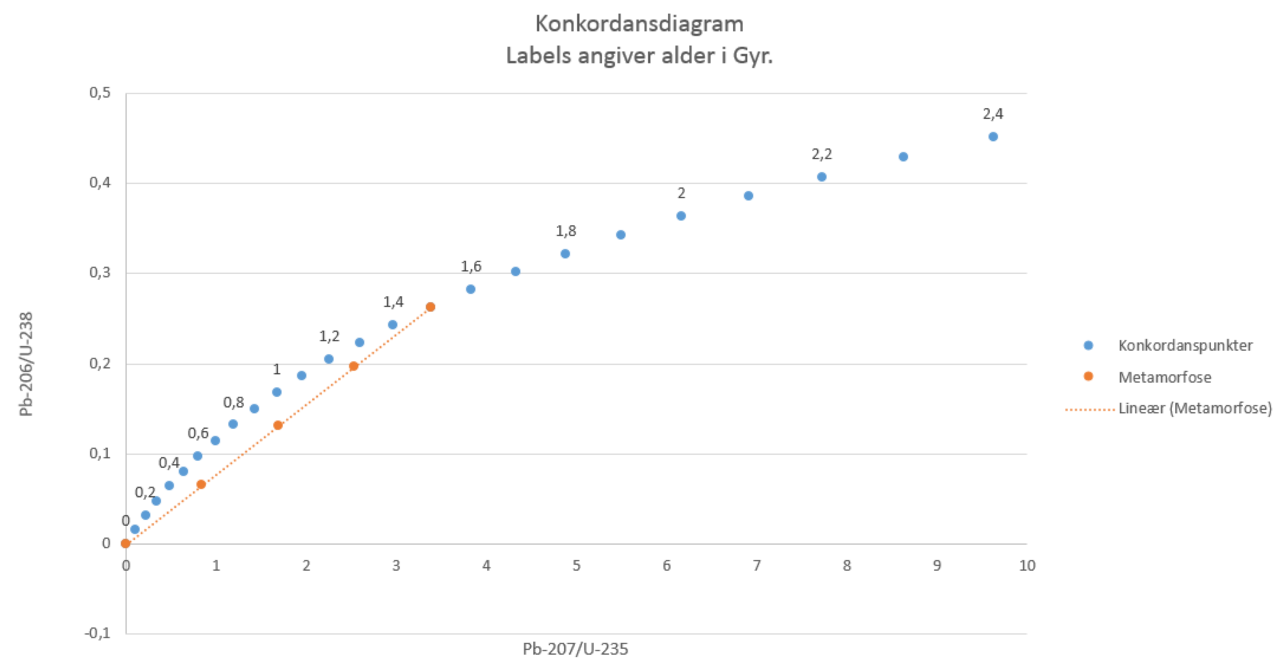

Illustration 5: Ved tidspunktet τ = 1,5 Gyr efter dannelsen af bjergarten, forsvandt bly ved metamorfosen. 5 stenprøver er simuleret, og hver prøve mistede hhv. 0 %, 25 %, 50 %, 75 % og 100 % af blyet.

Betragt illustration 5. I forhold til første konkordansdiagram er der nu simuleret, at dele af en bjergart har mistet bly - hver del har mistet forskellige mængder bly, men dog med samme procentsats af blyisotoperne i hver del. (Akserne er zoomet i forhold til illustration 4, så det er nemmere at se diskordanspunkterne.)

Efter metamorfosen fortsætter hvert af punkterne ovenfor på deres egen forskudte konkordanskurve, indtil vi når i dag, hvor prøverne bliver udtaget. I modellen er bjergarten antaget til at være 4,1 Gyr, dvs. udviklingen fra metamorfosen til i dag er T-τ = 2,6 Gyr. Den tidslige udvikling kan ses illustreret på illustration 6. Der er tegnet en stiplet linie mellem de yngste diskordanspunkter, så man kan se skæringspunkterne mellem den tidsligt udviklede diskordanskurve og konkordanskurven.

Det smarte ved figuren er altså, at man altid kan tegne den teoretiske konkordanskurve, og man kan måle isotopforholdene i dag. Ved så at plotte punkterne ind i konkordansdiagrammet og tegne en ret linie mellem punkterne, så kan man både bestemme bjergartens alder *og* bestemme tidspunktet siden bjergarten undergik metamorfose.

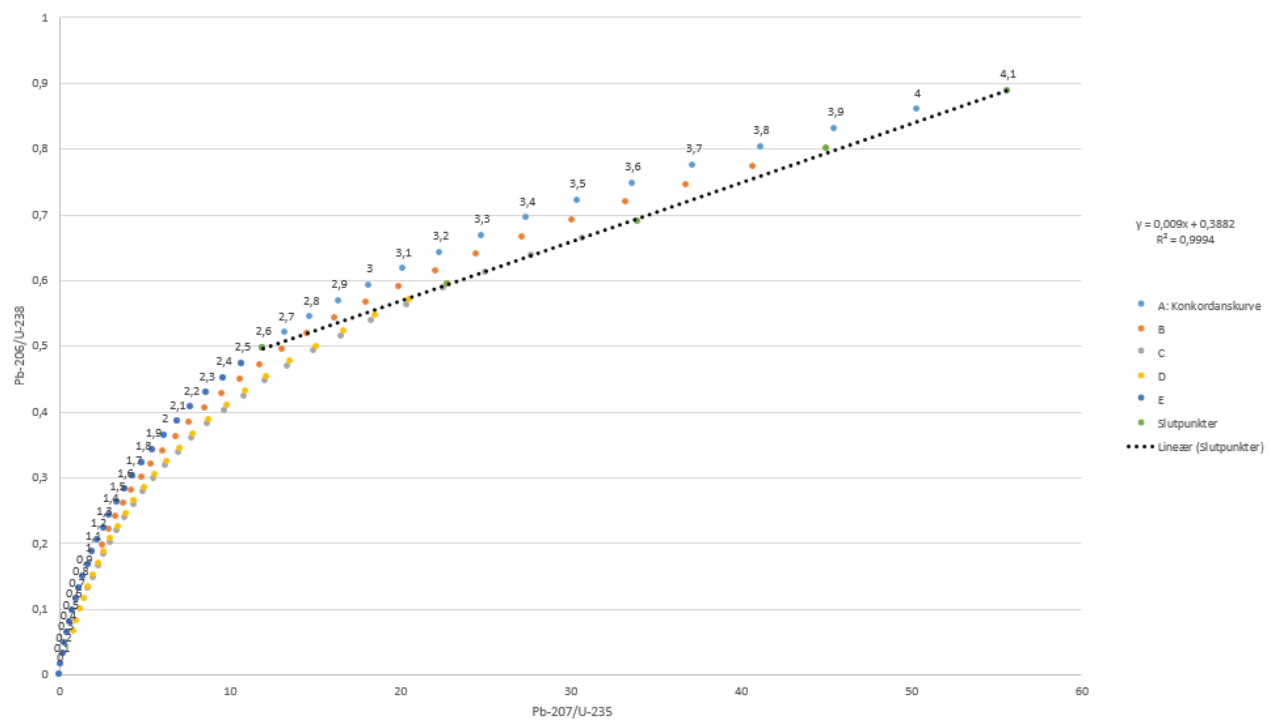

Illustration 6: Den tidslige udvikling af diskordanspunkterne. Læg mærke til skæringspunkterne med konkordanskurven. Øverste skæringspunkt angiver bjergartens alder T, og nederste skæringspunkt angiver tiden T-τ, dvs. den tid, der er gået siden bjergarten undergik metamorfose. I denne simulering er tidsrummet altså (4,1-1,5) Gyr = 2,6 Gyr siden.

Øvelse 3.6.

I denne øvelse skal du tegne et diagram som illustration 5.

a) Benyt formlerne (12) til at beregne 3 kolonner i et regneark. Kolonnerne skal døbes *t (Gyr)*, $^{207}Pb/^{235}U$ og $^{206}Pb/^{238}U$. Tiden kan f.eks. gå fra 0 til 3 Gyr.
b) Tegn en graf over isotopforholdene.
c) Vælg et tidspunkt for hvornår metamorfose skal ske. (Det symbol, der hedder τ i teksten.)
d) Vælg en alder for bjergarten. (Det symbol, der kaldes T i teksten.)
e) Antag, at der udtages 5 prøver fra bjergarten, og prøverne har hver mistet en procentdel af deres bly. Du kan vælge samme procentsatser, som i illustration 5, eller du kan vælge nogle andre procentsatser. Beregn den nye værdi af hvert isotopforhold.
f) Tegn punkterne ind i grafen fra spørgsmål b.
g) Sammenlign dit resultat med illustration 5.

Øvelse 3.7. (Kræver at øvelse 3.6 er lavet.)

Dataene i tabellen nedenfor er taget fra samme kilde, som er anvendt i eksempel 1 og 2.

a) Tegn punkterne ind på det konkordansdiagram, du lavede i øvelse 3.6.
b) Lav et lineær fit til målingerne.
c) Aflæs alderen af prøven og sammenlign med aldrene fundet i eksempel 1 og 2.
d) Hvornår undergik stenprøven metamorfose?

Pb-206/U-238	Pb-207/U-235
1,232	70,1
0,912	49,0
0,694	36,3
0,893	48,7
0,913	50,6
0,850	46,8

Øvelse 3.8. (Kræver at øvelse 3.6 er lavet.)
I øvelse 3.6 tegnede du en graf, der gerne skulle ligne illustration 5. Når man skal forstå illustration 6, kan det muligvis være svært at indse, at den oprindelige lineære sammenhæng fortsætter med at være lineær, efterhånden som tiden går. Dette skal undersøges i denne øvelse.

a) Tegn en tidslinie, hvor du illustrerer dannelsen af en klippe ved $t = 0$. Anfør D(0) og M(0) ved skitsen. (D er antal datterkerner, og M er antal moderkerner.)
b) Ved $t = \tau$ sker der metamorfose, dvs. vi antager, at nogle af datterkernerne forsvinder. Lav en skitse af dette fænomen på din tidslinie.
c) Ved $t = T$ kommer en geolog forbi og tager 4 stenprøver fra klippen. Tegn denne hændelse ind på din tidslinie.
d) Skriv formeludtrykket (se formel 7) for antallet af datterkerner, $D(\tau)$, og skriv formlen ind på din tidslinie. Skriv også et udtryk for antallet af moderkerner, $M(\tau)$, samt $M(t)$ ved hjælp af henfaldsloven 2.

Ved metaformosen forsvinder nogle af datterkernerne, og dermed resterer der et antal i hver klippeprøve, som vi vil kalde $x \cdot D(\tau)$. (x repræsenterer altså den brøkdel af datterkernerne, der forbliver i klippeprøven efter metamorfosen og x har altså muligvis en forskellig værdi for hver prøve.)

e) Forklar i ord at følgende formel for $D(t)$ for $t > \tau$ gælder:
$$D(t) = x \cdot D(\tau) + M(\tau) - M_0 \cdot e^{-k_M \cdot t}.$$
f) Vis ved substitution at følgende formel gælder
$$D(\tau) = M(t) \cdot \left(e^{k_M \cdot t} - e^{k_m \cdot (t-\tau)}\right).$$
g) Benyt formlerne ovenfor til at vise formlen
$$\frac{D(t)}{M(t)} = x \cdot \left(e^{k_M \cdot t} - e^{k_M \cdot (t-\tau)}\right) + e^{k_M \cdot (t-\tau)} - 1.$$

Ovenstående forhold kunne f.eks. være forholdene N(Pb-206)/N(U-238) eller N(Pb-207)/N(U-235).
Lad nu $t = T$, hvor T er alderen af prøven. Dermed bliver $\Delta t = T - \tau$ den tid, der er gået siden metamorfosen.

h) Vis udtrykket $\eta \equiv \dfrac{D(T)}{M(T)} = x \cdot \left(e^{k_M \cdot T} - e^{k_M \cdot \Delta t}\right) + e^{k_M \cdot \Delta t} - 1.$
i) Skriv ovenstående formel ned ved T på din tidslinie.
j) Find regnearket fra øvelse 3.6 frem. Lav følgende tilføjelser passende steder i regnearket:
   i. Vælg 2 celler, hvor selvvalgte værdier af T og τ kan anføres. Beregn Δt i en ny celle.
   ii. Vælg 4 celler, hvor du anfører selvvalgte procentværdier, x, for 4 stenprøver.
   iii. Beregn nu η_{207} og η_{206} for de 4 stenprøver ved at bruge formlen fra spørgsmål h.
   iv. Tegn de 4 målepunkter ind i samme diagram som din konkordanskurve og lav lineær

regression.

v. Benyt regnearkets evne til at forlænge regressionskurven, så den skærer konkordanskurven to steder.
vi. Aflæs de to aldre ved skæringspunkterne og sammenlign værdierne med de valgte værdier fra spørgsmål j)$_{i.}$
vii. Prøv at ændre dine værdier for T og τ, og også gerne x-værdierne. Sammenlign igen aldrene ved skæringspunkterne med T og τ.

- o -

3.3.3. Aldre målt med Rb-87/Sr-87-metoden

Rubidium 87 henfalder ved β^--henfald til Sr-87. Rubidium findes også med isotopen Rb-85. Antalsprocenten for Rb-87 er 28%, og resten er Rb-85.

I naturen findes Sr (strontium) i 4 varianter: Sr-84, Sr-86, Sr-87 og Sr-88. De 4 isotoper fordeler sig med antalstætheder på 0,6%, 10%, 7% og 83%. Ikke al strontium er dannet ved henfald af rubidium, dvs. man er nødt til at finde ud af, hvor meget strontium en prøve indeholdt, da den blev dannet. Sr-86 kan ikke dannes ved radioaktive henfald, så hvis man er i stand til at måle mængden af Sr-86 i en prøve, er man automatisk i stand til at finde den samlede startmængde strontium i prøven.

Formel 7 kan justeres, så den tager højde for, startantallet af datterkerner, $N_{\text{Sr-87, 0}}$, er større end 0.

$$N(t)_{Sr-87}=N_{Sr-87,0}+N(t)_{Rb-87}\cdot(e^{k_{Rb-87}\cdot t}-1)$$

Ovenfor deles formlen med $N(t)_{\text{Sr-86}}$, hvilket giver

$$\frac{N(t)_{Sr-87}}{N(t)_{Sr-86}}=\frac{N_{Sr-87,0}}{N(t)_{Sr-86}}+\frac{N(t)_{Rb-87}}{N(t)_{Sr-86}}\cdot(e^{k_{Rb-87}\cdot t}-1)\Leftrightarrow\frac{N(t)_{Sr-87}}{N(t)_{Sr-86}}=\frac{N_{Sr-87,0}}{N_{Sr-86,0}}+\frac{N(t)_{Rb-87}}{N(t)_{Sr-86}}\cdot(e^{k_{Rb-87}\cdot t}-1) \tag{13}$$

Ovenstående tilsyneladende indviklede formel fremstiller en ret linie gennem (0, $N_{\text{Sr-87,0}}/N_{\text{Sr-86,0}}$) med hældningstallet $e^{k_{Rb-87}\cdot t}-1$. Det gælder altså om at tage mange prøver af et bjergart, og så vil man kunne tegne en linie og benytte hældningstallet, a, til at finde alderen af bjergarten. Sådan en graf hedder en *isokron*.

Rb-Sr-metoden er god, hvis der findes et måleligt indhold af Rb-87 i bjergarten, og da halveringstiden er vældig stor, duer metoden også kun for rigtig gamle bjergarter. Hvis man vil datere en ung bjergart, vil forholdene mellem Rb-87 og Sr-86 være ganske små, og så bliver usikkerheden på målingerne meget stor.

Øvelse 3.9.

Man har undersøgt[9] gneiss-klipper ved ved Amitsoq/Nuuk, og der har man målt forholdet mellem isotoper for forskellige prøver. Resultaterne er i tabellen nedenfor.

$N_{\text{Rb-87}}/N_{\text{Sr-86}}$	0,065	0,274	0,355	1,23	1,97	2,58	2,87
$N_{\text{Sr-87}}/N_{\text{Sr-86}}$	0,705	0,715	0,728	0,770	0,805	0,845	0,863

9 Kilde: Feiko Kalsbeek, *Age determination of Precambrian rocks from Greenland: past and present,* Geology of Greenland Survey Bulletin, **176,** 55-59. (1997.)

a) Tegn isokronen for prøverne og aflæs hældningstallet.
b) Halveringstiden for Rb-87 er 48,8 Gyr. Bestem henfaldskonstanten.
c) Beregn gneiss-klippernes alder.

Gneiss-klipperne antages dannet ved metamorfose af granit, dvs. det oprindelige granitlag er endnu ældre end den alder, du fandt i spørgsmål c. Disse klipper angiver en nedre grænse for Jordens alder, da de er de ældste, vi pt. har fundet på Jorden. Eftersom klipperne er lavet af tidligere klipper ved vi at Jorden er endnu ældre – skal man datere Jordens alder mere præcist, må man datere meteoritter, da de ikke har ændret sig siden deres dannelse.

3.4. K/Ar-metoden

Den sidste metode, vi vil se på her er Kalium-Argon-metoden. I naturen findes kalium på tre former. K-39, K-40, K-41. K-40 er radioaktiv, og den kan henfalde på to måder, enten til Ar-40 ved elektronindfangning eller til Ca-40 ved β^--henfald. Dvs. formel 1 skal tilpasses, så den får følgende form

$$\frac{dN}{dt}=-k_A\cdot N-k_C\cdot N$$

hvor k_A er henfaldskonstanten for henfaldet til Argon og k_C er henfaldskonstanten til Calcium. Dvs. henfaldsloven får nu følgende form

$$N(t)=N_0\cdot e^{-(k_A+k_C)\cdot t} \tag{14}$$

Tilvæksten i antallet af Ar-40 kerner er

$$\frac{dN_A}{dt}=k_A\cdot N\,. \tag{15}$$

En tilsvarende formel for Ca-40 kan opskrives. Ved at indsætte formel (14) i (15) fås

$$\frac{dN_A}{dt}=k_A\cdot N_0\cdot e^{-(k_A+k_C)\cdot t} \tag{16}$$

Formel (16) kan løses, og ved indsættelse af formel (14) i løsningen får man for $N_A(0) = 0$

$$N_A=\frac{k_A\cdot N(t)}{k_A+k_C}\cdot\left(e^{(k_A+k_C)\cdot t}-1\right) \tag{17}$$

Bytter man om på A og C i formel (17), får man udtrykket for antallet af Ca-kerner, N_C. Vi kan isolere tiden, t, i formel (17), og løsningen bliver

$$N_A=\frac{k_A\cdot N(t)}{k_A+k_C}\cdot\left(e^{(k_A+k_C)\cdot t}-1\right)\Leftrightarrow\frac{(k_A+k_C)\cdot N_A}{k_A\cdot N(t)}+1=e^{(k_A+k_C)\cdot t}\Leftrightarrow$$

$$t=\frac{\ln\left(\frac{(k_A+k_C)}{k_A}\cdot\frac{N_A}{N_K(t)}+1\right)}{k_A+k_C} \tag{18}$$

Henfaldskonstanterne[10] er som følger $k_A = 5{,}819\cdot 10^{-11}$ yr^{-1} og $k_C = 4{,}846\cdot 10^{-10}$ yr^{-1}.

Metoden går altså ud på, at måle forholdet mellem Ar-40 og K-40 i en prøve, og så indsætte i formel (18).

Som tillægsinformation kan det nævnes, at hvis man har et henfald, der kan gå i to retninger, så kan man beregne henfaldskosntanterne for de enkelte delhenfald ved at først at måle den samlede halveringstid, og dernæst måle hvor stor en procentdel, x, der bliver til den ene slags datterkerne.

Eksempel
For K-40s tilfælde får man f.eks. $T_{½} = 1{,}277$ Gyr, og at 10,72 % af henfaldene bliver til Ar-40. Dermed bliver 89,28 % af henfaldene til Ca-40. Henfaldskonstanterne kan så beregnes som:

$$k_A=\frac{x\cdot\ln(2)}{T_{½}}=\frac{0{,}1072\cdot\ln(2)}{1{,}277\,Gyr}=5{,}819\cdot 10^{-11}\ yr^{-1}.$$

Prøv selv at vise at $k_C = 4{,}846\cdot 10^{-10}$ yr^{-1}.

Ved udledningen af formel (16) og dermed også formel (18) antog vi, at der ikke var Ar-40 til starttidspunktet. Hvis dette tilfælde ikke passer ændres løsningen, ligesom vi også så ved Rb-Sr-metoden. Endelig plejer man at måle forekomsterne af Ar-40 og K-40 i forhold til Ar-36. Det generelle resultat bliver dermed

$$\frac{N(t)_{Ar-40}}{N(t)_{Ar-36}}=\frac{N(0)_{Ar-40}}{N(0)_{Ar-36}}+\frac{N(t)_{K-40}}{N(t)_{Ar-36}}\cdot\left(\frac{k_A}{k_A+k_C}\right)\cdot\left(e^{(k_A+k_C)\cdot t}-1\right) \tag{19}$$

Man kan, ligesom ved Rb-Sr-metoden, udføre en serie målinger af Ar-isotopforhold samt K-Ar-isotopforhold, tegne en isokron, og dermed finde alderen.

Derudover kan man i visse tilfælde antage, at startforholdet mellem Ar-isotoperne svarer til det nuværende forhold for atmosfæren, som er 295,5. Derved kan én måling bruges til at bestemme alderen af prøven. Denne fremgangsmåde gælder dog kun for unge klipper.

Endelig er der problemet med at Ar-40 er en gasart. Dvs. gas kan slippe bort fra prøven inden den er kølet tilstrækkeligt ned, og derfor kan vi få fejlagtige aldersbestemmelser.

Øvelse 3.10.
Man har undersøgt et materiale, som består af muscovit, som stammer fra noget pegmatit i de transantarktiske bjerge. (Området hedder Wisconsin Range.[11]) Se illustration 7 for at se et billede af bjergkæden.

10 Kilde: http://nucleardata.nuclear.lu.se/toi/nuclide.asp?iZA=190040
11 Craddock, C.; Bastien, T. W.; Rutford, R. H. 1964.
Geology of the Jones Mountains. *In:* Adie, R. J. *ed.* Antarctic geology. New York, John Wiley & Sons: 171-187.

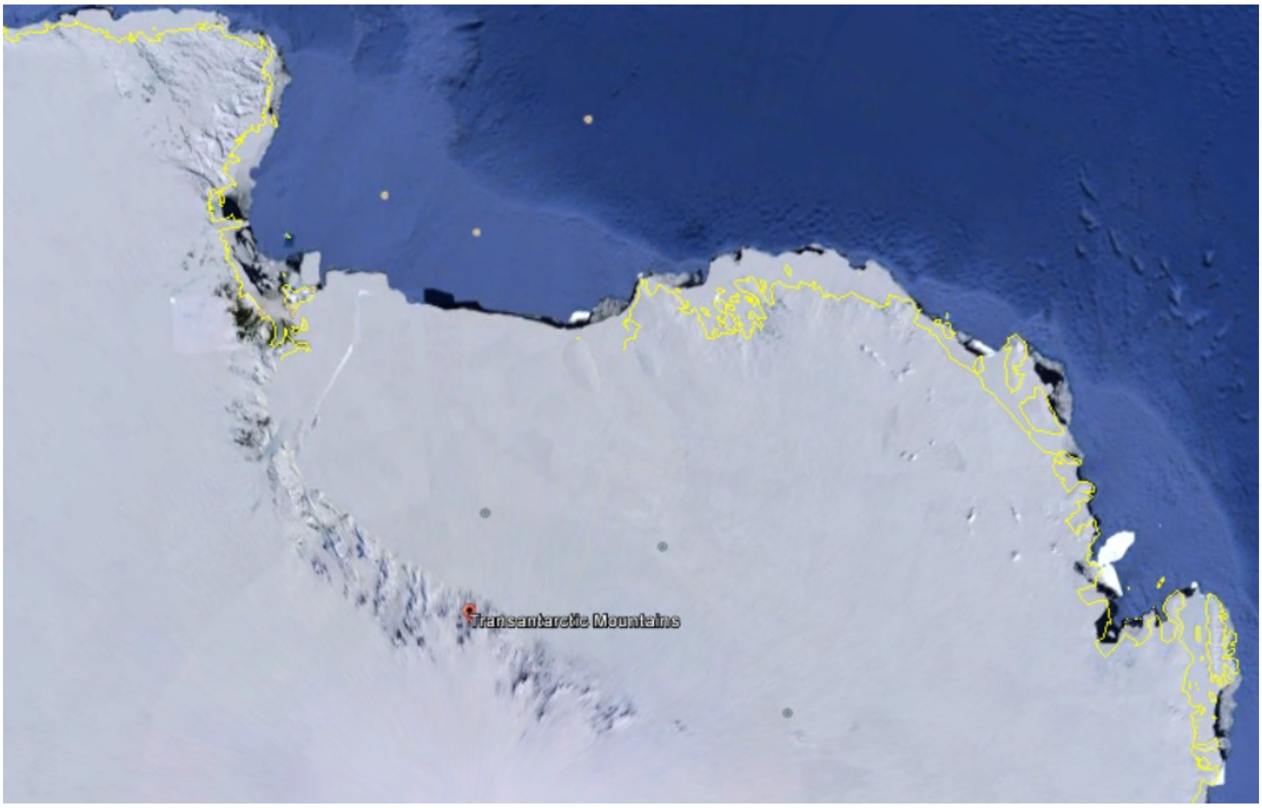

Illustration 7: De transantarktiske bjerge. Billedkilde: Google Earth, U. S. Geological Survey.

I prøven har man målt at 8,378 % af prøvens masse bestod af naturligt kalium. Tilsvarende er massebrøkdelen af Ar-40 i forhold til den totale masse $0{,}3305 \cdot 10^{-4}$ %. Atommassen for naturligt kalium er m_{K} = 39,098304 u, og atommassen for isotopen Ar-40 er $m_{Ar\text{-}40}$ = 39,9623 u. Prøvens samlede masse kaldes $m_{\mathrm{prøve}}$.

Finder du købmandsregning besværligt, kan du springe over sp a-e, og så benytte tallet fra e til at lave spørgsmål f.

a) Opstil et udtryk for den samlede masse af kalium, M_{K}, i prøven. Opstil også udtrykket for den samlede masse af Ar-40, $M_{\mathrm{Ar\text{-}40}}$, i prøven.
b) Udtryk antallet af kalium atomer, N_{K}, udtrykt ved M_{K}. Gentag for Ar-40 isotopen.
c) Benyt resultaterne fra a og b til at udtrykke antallet af kalium atomer, N_{K}, udtrykt ved $\mathrm{m}_{\mathrm{prøve}}$. Gentag beregningen for Ar-40.
d) I naturligt kalium er antallet af K-40 atomer i forhold til naturligt kalium 0,0001167. Benyt dette forhold til at finde et udtryk for $N_{\mathrm{K\text{-}40}}$.
e) Benyt resultaterne fra c og d til at vise, at forholdet mellem antallet af Ar-40-atomer og antallet af K-40-atomer er 0,03307.
f) Beregn prøvens alder.

4. Referencer

1. Craddock, C.; Bastien, T. W.; Rutford, R. H. 1964. Geology of the Jones Mountains. *In:* Adie, R. J. *ed.* Antarctic geology. New York, John Wiley & Sons: 171-187.
2. C. M. R. Fowler: "*The Solid Earth"*, Cambridge University Press, 1990. ISBN: 0-521-38590-3.
3. Forsidebilledet: Google Earth/CNES/DigitalGlobe.
4. Illustration 7. Google Earth samt U. S. Geological Survey.
5. Feiko Kalsbeek, *Age determination of Precambrian rocks from Greenland: past and present,* Geology of Greenland Survey Bulletin, **176,** 55-59. (1997.)
6. Meteoritics & Planetary Science **31**, 370-387 (1996): Meyer et al, *Uranium-lead ages for lunar zircons: Evidence for a prolonged period of granophyre formation from 4.32 to 3.88 Ga.*
7. http://nucleardata.nuclear.lu.se/toi/nuclide.asp?iZA=190040
8. Leon T. Silver & Sarah Deutsch, *Uranium-Lead Isotopic Variations in Zircons: A Case Study*, The Journal of Geology, Vol **71**, Nr. 6 (Nov. 1963) pp. 721-758.
9. http://www.world-nuclear.org/information-library/nuclear-fuel-cycle/uranium-resources/the-cosmic-origins-of-uranium.aspx
10. Illustration 3. http://www.sanpedrorivervalley.org/ecoregional_tresalamos_north.htm.