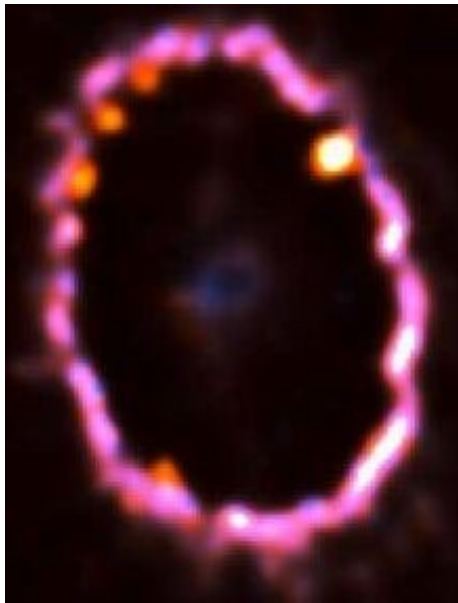


Kapitel 2. Solsystemet

2.1. Solsystemets dannelse

Byggestenenes dannelse

Solsystemet atomare indhold består af grundstofferne fra brint til uran. En total liste kan man for eksempel aflæse i et periodesystem. Tungere grundstoffer har sikkert eksisteret i den sky, *Nebulaen*, som fandtes før Solen, planeterne og alle de andre objekter blev dannet. Disse grundstoffer er dog radioaktive med relativt korte halveringstider, så de er alle forsvundet nu. (Nu findes de igen i Solsystemet, da vi har lavet dem i laboratorier og kernekraftværker.)¹



Figur 2.1a) Billede af supernovarest. Gassen, der skyder væk fra neutronstjernen kan få gasskyer i rummet til at klappe sammen. Gassen har en temperatur på 10 MK. **Kilde: P. Challis and R. Kirshner, (Harvard), P. Garnavich (Univ. Notre Dame).** <http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap000217.html>

b) Billede af protosol med støvske og to jets, der kommer, når gas støder ind i protosolen. Den lange lodrette stribe til venstre, er der endnu ingen, der har givet en fornuftig forklaring på. **Kilde: <http://www.eso.org/outreach/press-rel/pr-1999/pr-17-99.html>**

Nebulaen, som Solsystemet blev dannet af, er selv dannet af døde stjerner. Da nogle stjerner i den nuværende Sols omegn døde, blev der udsendt gas og støv, som var beriget med tungere grundstoffer – dvs. grundstoffer, som var tungere end helium. Mængden var ganske lille, 1-2 %, men altså stor nok til at bl.a. Jorden kunne blive dannet. Nebulaen indeholdt omkring 74% brint og 24% helium foruden den lille mængde af tungere grundstoffer. I kapitel 6 (se noten på <https://astro-gym.dk>) kan du læse om, hvordan grundstofferne bliver dannet i stjernerne samt i supernovaeksplosionerne.

¹ Nogle af de mindre tunge grundstoffer findes dog normalt heller ikke i naturen. For eksempel blev Technetium i 1937 første gang skabt af Emilio Segré, da han og andre arbejdede med USAs første atombombe. Segrés mor blev myrdet af nazisterne i 1943, og faderen døde i 1944. Emilio strøede lidt technetium på faderens grav efter krigen og han udtalte: ”Radioaktiviteten var forsvindende, men med dens halveringstid på hundredtusindvis af år vil den holde meget længere end noget andet monument, jeg kunne byde på.” Så i dag findes Technetium i naturen. (Det findes også i Danmark i dag, da atomoparbejdningsanlægget Sellafield i England, har været utæt.)

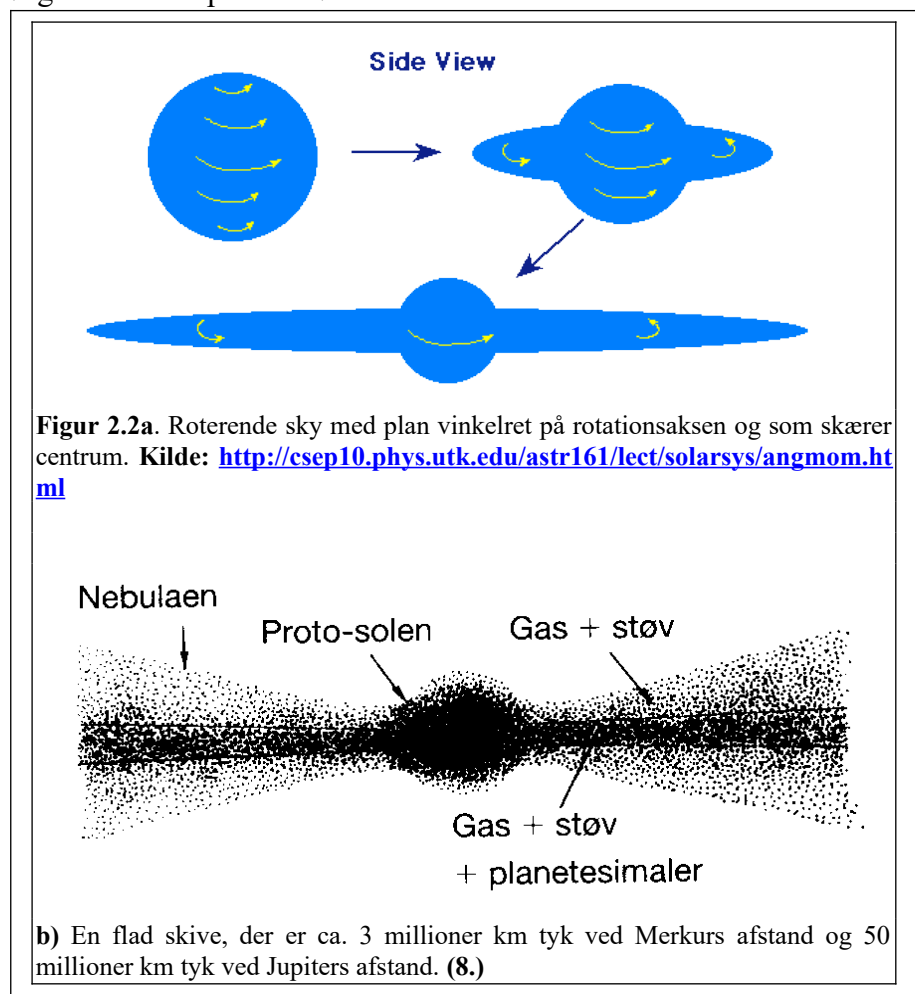
Sammentrækningen af Nebulaen

Nebulaen har oprindeligt været en stor tynd gas- og støvsky, som har roteret svagt. Den har ligget i rummet og passet sig selv i et ukendt antal år. Den har været i såkaldt termisk ligevægt, dvs. gas- og støvpartiklernes termiske bevægelser har kunnet modstå gravitationskraften. Temperaturen af skyen har været omkring 10 K. På et eller andet tidspunkt for ca. 4,5672 milliarder år siden har en supernovaeksplosion fra en nærtliggende stjerne kastet en masse gas og støv ud i rummet og noget af den gas og støv, har kunnet feje en så stor mængde gas sammen, at den har kunne kollapse under gravitationskraftens påvirkning. På figur 2.1 kan man se hvordan en supernovaeksplosion kan få gas til at trække sammen.

Da Nebulaen kollapsede er det umiddelbart fristende at tro, at gassen bare ville trække sig sammen til en endnu mindre sky, men det viser sig, at der er en fysisk størrelse, *impulsmomentet*, der er bevaret. (Det er ikke kun energien, der er bevaret i isolerede systemer.) Hvis man forstår impulsmomentbegrebet, vil man kunne forstå, at ikke alt masse kan forsvinde ind i centrum af Nebulaen. Derfor vil vi i det følgende se lidt på den størrelse.

Betragt en sfærisk symmetrisk gassky, som har sit tyngdepunkt (massemidtpunkt) i centrum. Samtlige støvpartikler og gasmolekyler ligger spredt jævnt rundt i skyen og man kan tegne pile mellem tyngdepunktet og alle partiklerne. De benævnes med symbolet, \vec{r}_i , hvor i er et nummer, der tildeles den enkelte partikel. (i går altså fra 1 op til antallet af partikler i skyen.) Hver enkelte partikel har også en hastighed, som angives med symbolet, \vec{v}_i . Man benytter igen en pil i symbolet for at markere, at hastigheden peger i en eller anden retning.

Impulsmomentet for en enkelt partikel er så $\vec{L}_i = m_i \cdot \vec{r}_i \times \vec{v}_i$. Krydset er



ikke et gangetegn, men er en speciel matematisk operator, og m_i angiver partiklens masse. Det samlede impulsmoment for Nebulaen er summen af alle bidragene fra de enkelte partikler. Hvis hastigheden og afstandspilen er vinkelrette på hinanden er størrelsen af impulsmomentet for en enkelt partikel simpelthen produktet af partiklens masse, afstanden til tyngdepunktet og hastigheden.

Eksempel.

Et brintatom har massen $m = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg, det befinder sig i afstanden $r = 1 \cdot 10^{11}$ m fra tyngdepunktet og dets hastighed er 50 km/s. Vi antager at hastighed og afstand er vinkelrette på hinanden. Partiklens impulsmoment er så $L = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg \cdot $1 \cdot 10^{11}$ m \cdot 50 km/s = $8,3 \cdot 10^{-12}$ kg \cdot m²/s.

Hvis nu det samlede impulsmoment, L , er bevaret, så kan man se, at hvis r formindskes pga. at gravitationskraften trækker partiklen tættere på Solen, så må hastigheden af partiklen vokse. Dvs. en svagt roterende gassky vil øge sin rotationshastighed, des mere den trækker sig sammen. Man kan erindre sig en roterende kunstsøjteløber. Han/hun starter altid med armene spredt ud (r er stor), og når armene så trækkes ind til kroppen (r bliver mindre), roterer han/hun meget hurtigere.

Når nu skyen begynder at trække sig sammen, vil alle partikler få større hastighed. Partiklerne i nærheden af det plan som skærer tyngdepunktet og som er vinkelret på rotationsaksen, vil umiddelbart få størst hastighed. (De skal jo længst ind.) Se figur 2.2a. Men så vil de kunne opnå en så stor hastighed, at de kan begynde at bevæge sig i en ellipsebane omkring tyngdepunktet. Disse partikler vil altså ikke kunne trænge ind mod midten i modsætning til de partikler, som ligger længere væk fra planet. Derfor vil skyen klappe sammen til en skive. Når partiklerne fra områderne væk fra det ovennævnte plan kommer tættere på midten, stiger densiteten og derfor stiger sandsynligheden for stødprocesser, hvor impulsmoment kan omfordeles mellem partiklerne. Det er dog værd at bemærke, at skyens samlede impulsmoment er bevaret.

Dannelsen af Solen

Sammenfaldet skete over en periode på ca. 1 million år, og i løbet af denne tid steg temperaturen fra ca. 10 K til flere millioner K i skyens inderste område². Gasskyens centrum begyndte dermed at lyse i en rødlig farve. Dette område kaldes for protosolen. I løbet af de næste ca. 70 millioner år voksede temperaturen i centrum af skyen til omkring 8-10 MK, og dermed blev det muligt for brintkerner at fusionere under udsendelse af energi. I kapitel 6 (se note på <https://astro-gym.dk>) gennemgår vi kerneprocesserne i Solen og andre stjerner. Når der dannedes energi i kernen af protosolen, søgte den dannede stråling væk derfra, og lyset påvirkede derved de omkringliggende gaslag med et strålingstryk. Strålingstrykket voksede efterhånden som protosolen blev varmere, og på et tidspunkt kunne strålingstrykket modvirke gravitationskraften. Sammentrækningen standsede og Solen var blevet dannet ca. 70 millioner år efter, at sammentrækningen var begyndt.

Dannelsen af planeterne

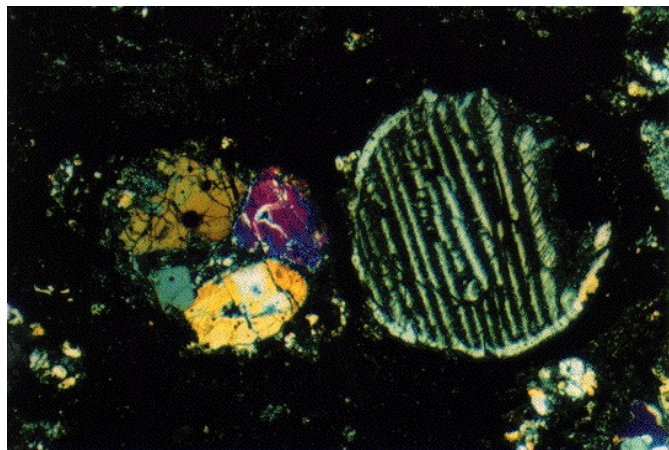
Imens Solen blev dannet inde i centrum af Nebulaen, foregik der store ændringer uden for centeret. Gasskyen uden for centeret blev under sammentrækningen opvarmet til ca. 2-3 kK, hvilket bevirkede at alle faste stoffer (støv, mineral Korn) smeltede. Derefter afkøledes skyen igen til omkring 400 K, og partiklerne størknede til små silikat- og jern/nikkelpartikler, som havde en størrelse på 10^{-9} - 10^{-6} m. Der var flest silikatpartikler. Alt dette skete i den første million år af Nebulaens sammentrækning.

Silikater

Silikatminerale er grundbestanddelen i Jorden, asteroiderne og de andre indre planeter. Det er ligeledes grundbestanddelen i stenmeteoritter. Silikatminerale består af $(\text{SiO}_4)^{4-}$ -tetraedre, knyttet sammen på forskellig måde til større enheder. I feldspatene danner tetraedrene således rumlige netværk. Kalifeldspaten (også kaldet ortoklas), der er udbredt i almindelig granit, har følgende kemiske sammensætning: KAlSi_3O_8 . I olivin, $(\text{Mg,Fe})_2\text{SiO}_4$, der er et vigtigt silikatmineral i stenmeteoritter og i Jordens kappe, danner $(\text{SiO}_4)^{4-}$ -tetraedrene selvstændige grupper. **(8)**

² Energien af skyen var i øvrigt ikke bevaret i denne periode. Det viser sig, at halvdelen af den potentielle energi, der frigøres under sammentrækningen går til opvarmning af gassen og den anden halvdel går til stråling.

Skiven, som nu var dannet, roterede rundt om Solen men ikke i en pæn og ordnet facon. Den var inddelt i forskellige bånd, hvor materialet indenfor de enkelte bånd blev opblandet ved turbulente bevægelser. (Prøv at kigge på en ryger, der puster røg ud af munden. Røgen bevæger sig i sære hvirvelagtige former – det er en turbulent bevægelse.) Der er megen friktion ved turbulente bevægelser, så materialerne indenfor de enkelte bånd blev atter opvarmede, og silikaterne måtte endnu engang smelte og størkne. Derved dannedes nogle klistrede, millimeterstore silikatansamlinger, som kaldes *chondruler*. Se figur 2.3. Disse chondruler klistrede sig derefter sammen med andre silikater samt metalkorn til ca. 10 meter store planetesimaler.



Figur 2.3. Chondruler i stenmeteoritten Allende, der faldt i Mexico den 8. februar 1969. Der findes flere slags chondruler, hvis indre struktur afspejler forskelle i deres dannelsesforhold. De her viste er en olivin-chondrule (tv) og en pyroxen-chondrule (th.) Den store chondrule er ca 1. mm i diameter. (8)

Planetesimalerne kunne i den efterfølgende tid kollideres indbyrdes og danne asteroidelignende legemer på op til 500 km i radius. Disse legemer måtte *også* gennem en smeltetur, da der var tilstrækkelige mængder af de radioaktive isotoper ^{26}Al , ^{60}Fe og ^{41}Ca til at sørge for at legemerne blev varme nok til at smelte. Efter ca. 10 millioner år, var radioaktiviteten dog aftaget så meget, at legemerne kunne størkne og derefter ramle ind i andre legemer, så planeterne blev dannet. Der er mere om asteroiderne i afsnit 2.2.

Planeterne skulle naturligvis også gennem den obligatoriske smelteproces, da gravitationskraften omdannede potentiel energi til kinetisk energi (termisk energi! Jorden smeltede) og stråling, men med tiden kunne også planeterne komme til at størkne, i hvert fald i de alleryderste lag. I løbet af smelteperioden trak de tungeste grundstoffer, dvs. jern og nikkell, ned i centrum af planeten, mens de lettere materialer, sten, flød ovenpå.

Efterhånden som planeterne voksede i masse tiltrak de også mere og mere resterende støv og gas fra Nebulaen og denne støv og gas kunne danne måner omkring planeterne på samme måde, som der blev dannet planeter rundt om Solen.

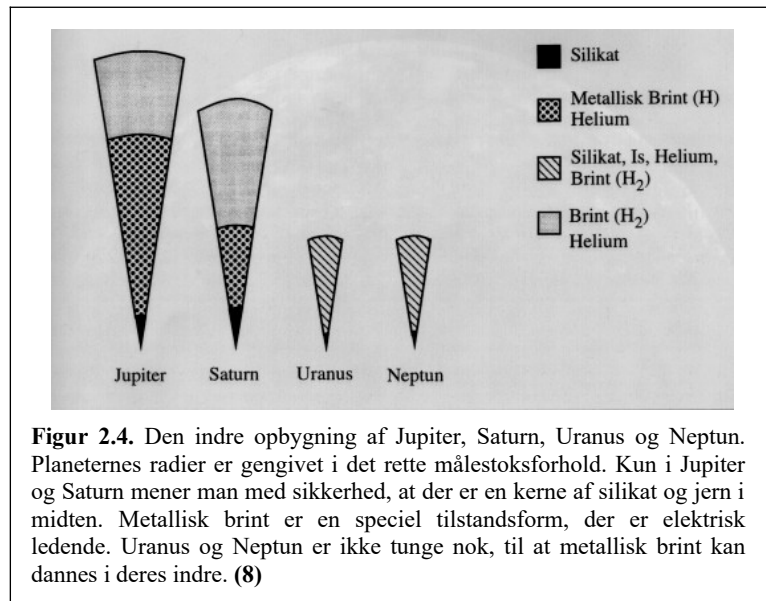
Læseren er måske bekendt med at de 4 inderste planeter er lavet af sten, mens de 4 næste planeter er gasplaneter. Grænseområdet mellem de to typer planeter kaldes for asteroidebæltet. (Pluto er en lidt pudsig størrelse, så den venter vi lidt med.) Grunden til denne afgrænsning kommer fra det faktum at Solen udsender en ioniserende stråling, *solvinden*, som består af elektroner og protoner. Denne stråling kunne puste de letteste grundstoffer i Nebulaen ud forbi asteroidebæltet, hvor gassen kunne fortætte og planeterne herude kunne derefter indfange stofferne. Derved blev planeternes struktur, som skitseret i figur 2.4.

Efter ca. 500 millioner år var alt det tiloversblevne materiale indfanget af planeterne, og solsystemet i dets nuværende form var blevet dannet. Hvis Solsystemet havde indeholdt mere gas, kunne gassen have bremset nogle af gasplaneterne, så de ville kunne komme tættere på Solen. I andre solsystemer

har man allerede observeret planeter af Jupiters størrelse meget tæt på stjernen. Heldigvis skete det ikke i Solsystemets tilfælde, da det sandsynligvis ville have betydet at Jorden ikke havde eksisteret i dag.

Kometerne

Foruden Solen, planeterne, månerne og asteroiderne blev der også dannet en masse kometer, som primært består af H_2O på fast form samt med ca. 10% silikater i. De ligger formentlig i to områder, nemlig Kuiperbæltet, som ligger i afstanden 40-100 AU samt i Oortskyen, der ligger ca. 40000 AU væk. Kometerne i Kuiperbæltet er muligvis dannet i det indre solsystem hvorefter gasplaneternes tyngdekræfter har drevet kometerne ud i deres nuværende bane. Kometerne ligger dermed i Solsystemets plan. Kometerne i Oortskyen er muligvis 'fortættet' under sammentrækningen af Nebulaen, men deres oprindelse er usikker. (Det er faktisk usikkert om Oortskyen overhovedet findes.) Småplaneten Pluto findes i den allerinderste del af Kuiperbæltet. Læs i øvrigt mere om kometerne i afsnit 2.3.



2.2. Solsystemets struktur - asteroiderne

Efter at have kigget lidt på selve dannelsen af Solsystemet, vil vi nu kigge lidt på, hvordan systemet ser ud i dag.

Solsystemets centrum er defineret som der, hvor dets massemidtpunkt ligger. Da Solen er *meget* tungere end resten af solsystemet, ligger dette centrum dybt inde i Solen. I praksis kan vi altså antage, at Solen er centrum for Solsystemet.

Øvelse: Find planeternes masser i en tabel og antag at alle ikke planetære legemer i Solsystemet vejer det samme som Jupiter. Find forholdet mellem Solens masse og resten af Solsystemets masse.

Rundt om Solen ligger planeterne Merkur, Venus, Jorden, Mars, Jupiter, Saturn, Uranus, Neptun og Pluto. Alle planeterne ligger næsten i ekliptika; kun Plutos bane adskiller sig væsentligt fra ekliptikaplanet. Tabel 1.2 på side 1-11 viser middellafstandene til Solen for de 8 planeter samt deres baneplaners hældning med ekliptika. Umiddelbart ser det ikke ud til at der er megen logik i middellafstandene til Solen, men en nøjere analyse viser noget andet.

Titius-Bodes lov

Johann D. Titius opdagede i 1766, at der er en sammenhæng mellem afstanden fra Solen til planeterne og et bestemt 'planetnummer.' Titius tilegnede et nummer til hver planet, og ved at lave en simpel beregning lykkedes det ham at finde den sammenhæng, som søjle 2 og 3 i tabel 2.1 viser.

| Planetnavn | Nummer | Afstand/AU | Rigtige afstand/AU |
|---------------------|--------|------------|--------------------|
| Merkur | 4 | 0,40 | 0,387 |
| Venus | 7 | 0,70 | 0,723 |
| Jorden | 10 | 1,0 | 1,00 |
| Mars | 16 | 1,6 | 1,524 |
| Planet X | 28 | 2,8 | 2-3,5 |
| Jupiter | 52 | 5,2 | 5,203 |
| Saturn | 100 | 10 | 9,539 |
| Uranus ³ | 196 | 19,6 | 19,18 |
| Neptun | 388 | 38,8 | 30,06 |
| Pluto | 772 | 77,2 | 39,44 |

Tabel 2.1.

Tallene i 2. søjle er fundet ved at tage rækken 0, 3, 2·3, 2²·3, 2³·3 osv. og derefter lægge 4 til de fundne tal. I 3. søjle deles alle tallene med 10 og det skulle være afstanden fra Solen til planeten målt i AU, astronomiske units. Dvs. $r = (0,4 + 0,3 \cdot 2^n)$ AU, hvor $n = -\infty, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ osv. (1 AU = $149,6 \cdot 10^9$ m.)

Titius' opdagelse blev beskrevet i en fodnote i en bog, som han oversatte, og derfor fik offentligheden ikke adgang til reglen før i 1772, da Johann Eilert Bode fandt den frem og præsenterede den som sin egen. Reglen hed derfor i begyndelsen kun Bodes lov.

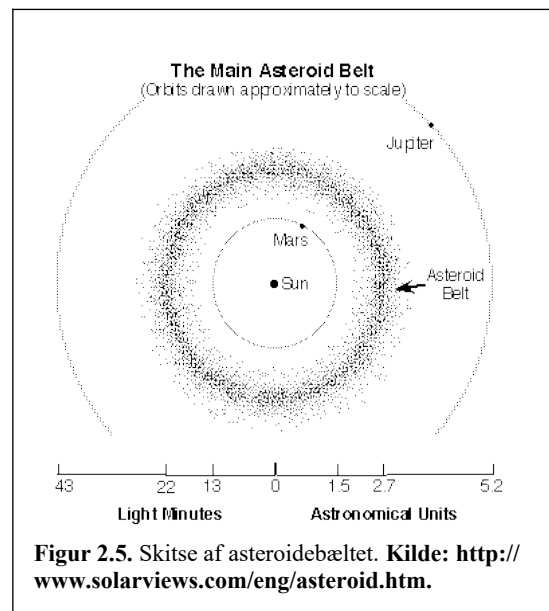
Bemærk at der ikke er en fysisk begrundelse for at vælge de tal, som han gjorde – det er en ren empirisk sammenhæng. Man ser også, at sammenhængen passer dårligt med de to yderste planeter. Alligevel lykkedes det at forudsige Uranus' afstand, og da William Herschel opdagede denne planet i 1781, var Bode og andre overbevist om metodens gyldighed. Den tyske astronom Franz Xaver von Zach oprettede en videnskabelig gruppe, som skulle finde planet X, som ifølge Titius og Bode skulle ligge i afstanden 2,8 AU.

Asteroiderbæltet

Det blev Nytårsnat 1801 før der skete noget, og det var ikke engang en astronom, der opdagede noget. I stedet for var det den italienske munk Giuseppe Piazzi (1745-1826), der opdagede et legeme, som han først troede var en komet. Efter en nøjere analyse viste det sig, at det snarere var et planetlignende legeme, som i øvrigt ligger i afstanden 2,77 AU, og objektet blev døbt Ceres

efter Siciliens skytsgudinde. Ceres er ganske lille i forhold til en 'normal' planet – i dag kalder vi den for en *asteroide*. Navnet asteroide blev valgt af William Herschel, som syntes at de små objekter lignede stjerner. Piazzi derimod foreslog at de skulle kaldes småplaneter eller planetoider, betegnelser, som er langt mere præcise, og som man også anvender i dag.

Senere opdagelser har vist et stort antal asteroider i afstandene 2-3,5 AU. Området kaldes for *asteroiderbæltet*. I dag har man kendskab til omkring 125000 asteroider, og der er sandsynligvis



³ Bode kendte ikke til de 3 yderste planeter.

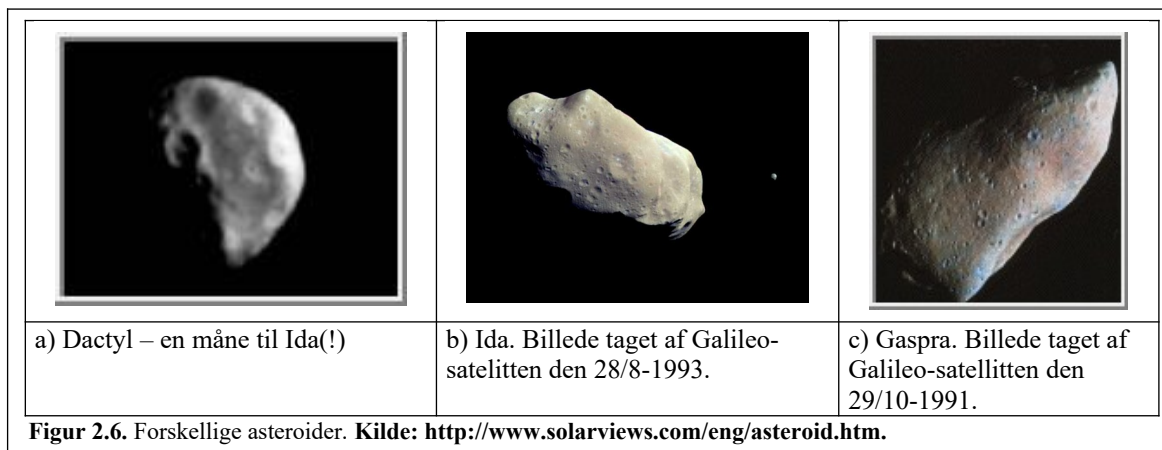
mange tusinde endnu, som mangler at blive opdaget. Som en bibemærkning kan det indskydes, at der også findes 2 små asteroidebælter i Jupiters bane. De kaldes *trojanerne*, da de er opkaldt efter helte fra den trojanske krig. Trojanerne ligger ca. 60° foran og bagved Jupiter. Man kan vise, at deres baner er næsten stabile. (Områderne kaldes for Sol/Jupiter-systemets *Lagrange-punkter*.)

Asteroidernes størrelser strækker sig fra nogle meter til omkring 1000 km og deres massefylde ligger i intervallet 2,2-3,3 g/cm³. Af alle de undersøgte stumper fra asteroider består 92,8 % af *silikater* (sten), og 5,7 % er lavet af jern og nikkel. Resten er en blanding af de 3 førnævnte materialer. Silikatmeteoritterne er de sværeste at identificere, da de ligner Jordsten ganske meget. Tabel 2.2 angiver enkelte asteroiders navne samt deres karakteristika. Selve dannelsen af asteroiderne er beskrevet på side 2-3 og 2-4.

| Nummer | Navn | Radius/km | Masse/kg | Middelfstand/Gm | Albedo | Opdaget af | Dato |
|--------|------------|-----------|-----------------------|-----------------|--------|-------------|-----------|
| 1 | Ceres | 457 | 8,7·10 ²⁰ | 413,9 | 0,10 | G. Piazzi | 1801 |
| 511 | Davida | 168 | | 475,4 | 0,05 | R. Dugan | 1903 |
| 15 | Eunomia | 136 | 8,3·10 ¹⁸ | 395,5 | 0,19 | De Gasparis | 1851 |
| 52 | Europa | 156 | | 463,3 | 1,06 | Goldschmidt | 1858 |
| 951 | Gaspra | 17x10 | 1,0·10 ¹⁶ | 205,0 | 0,20 | Neujmin | 1916 |
| 10 | Hygiea | 215 | 9,3·10 ¹⁹ | 470,3 | 0,08 | De Gasparis | 1849 |
| 243 | Ida | 58x23 | 1,0·10 ¹⁷ | 270,0 | ? | J. Palisa | 29/9-1884 |
| 704 | Interamnia | 167 | | 458,1 | 0,06 | V. Cerulli | 1910 |
| 2 | Pallas | 261 | 3,18·10 ²⁰ | 414,5 | 0,14 | H. Olbers | 1802 |
| 16 | Psyche | 132 | | 437,1 | 0,10 | De Gasparis | 1852 |
| 87 | Sylvia | 136 | | 521,5 | 0,04 | N. Pogson | 1866 |
| 4 | Vesta | 262,5 | 3,0·10 ²⁰ | 353,4 | 0,38 | H. Olbers | 1807 |

Tabel 2.2. Kilde: <http://www.solarviews.com/eng/asteroid.htm/>
<http://www.systime.dk/cd/orbit/deniplaneter/nineplanets/asteroids.html>.

Figur 2.6 viser nogle enkelte asteroider.



Figur 2.6. Forskellige asteroider. Kilde: <http://www.solarviews.com/eng/asteroid.htm>.

Jordkrydsende asteroider

I 1990'erne – pudsigt nok efter den kolde krigs afslutning, har forskere gjort opmærksom på det problem, at nogle asteroider og kometer har baner, der skærer Jordbanen. I kapitel 1 (se note på <https://astro-gym.dk>) er beskrevet, hvad der kan ske, når disse legemer kolliderer med Jorden. Problemet er absolut reelt nok, da vi har flere beviser for nedslag. Det store spørgsmål er, hvor stor risikoen er.

Bjørn Franck Jørgensen fra Tycho Brahe planetarieret samt Kaare Lund Rasmussen fra

Nationalmuseet undersøgt på problemet, og resultaterne er angivet i *Aktuel Astronomi* nr. 2 og 3, 1997. Eleven henvises til disse artikler for at få den fulde historie. Nedenfor er angivet nogle få af konklusionerne.

Det menes, at omkring 2100 asteroider krydser Jordens baneplan. Her er kun medtaget asteroider med størrelser over 1 km i diameter. Sandsynligheden for et nedslag, der kan ødelægge civilisationen er anslået til 1/10000 i løbet af et menneskes levetid. Dette tal kan man jo sammenligne med at vinde den store gevinst i lotto på 52 uger. Chancen for et nedslag er ca. 16 gange større end chancen for at få en 7'er på 52 uger.

Problemet ser jo chokerende ud. "Hvorfor er der ikke fokuseret på det noget før?" kunne man spørge sig selv. Svaret er muligvis, at vi med den teknologiske udvikling først nu har opdaget hvor mange asteroider, der findes i Solsystemet. Derudover har menneskeheden tidligere været fokuseret på at overleve sult, krige og truende miljøkatastrofer, og da vi ikke kan stille meget op overfor en indkommende asteroide, er det nok lettest at lukke øjnene og forestille sig, at der ikke er nogen fare. I opgave 2.1 kan man få en forståelse for virkningerne af et nedslag. Derudover opfordres eleven til at læse de ovennævnte artikler fra *Aktuel astronomi*.

2.3. Kometerne og deres placering

Kometer blev kort omtalt i 2.1. Nedenfor følger en nærmere forklaring.

Oort-skyen

Det er almindeligt at forestille sig, at solsystemet ender ude ved Neptun eller måske Kupierbæltet, men Solens tyngdefelt rækker meget længere ud. Faktisk er det mere naturligt at tænke sig at solsystemet ender ca. halvvejs mellem Solen og den nærmeste stjerne Proxima Centaurus. (Afstand 4,28 Ly.)

Dannelseteorier for solsystemet er viser også, at der i afstanden 20-60 kAU (de fleste ligger i afstanden 44 kAU) må være en kæmpe stor sfærisk sky, som fortrinsvist består af kometer (10^{12}). Skyen kaldes Oort-skyen efter den hollandske astronom Jan Oort, som i 1950 påviste den. Læg mærke til at skyen ligger mere end 20-60000 gange så langt væk fra Solen, som Jorden gør!

Temperaturen i denne afstand fra Solen er omtrent 4 K og der er omtrent 1 AU mellem de enkelte kometer.

Øvelse. Beregn accelerationen på en komet, som er 44 kAU væk fra Solen. ($a_t = GM/r^2$.) Beregn også accelerationen på en af planeterne og sammenlign de to størrelser. Beregn dernæst omløbstiden for en komet. Er kometer stærkt bundne til Solen? (Vink: $a = v^2/r$.)

Som øvelsen ovenfor viser, er kometer ganske løst bundne til Solen, og derfor er de også relativt lette at påvirke gravitationelt. For eksempel kan forbigående stjerner eller sågar planeter som Jupiter og Saturn ændre kraftpåvirkningen på i hvert fald de inderste af kometerne, så de kastes helt væk fra Solsystemet eller ind mod Solen. Hale-Bopp (se figur 2.7), som kom tæt på Jorden i 1997 havde oprindeligt en periode på 4200 yr, men pga. Jupiters påvirkning af banen vil den allerede vende tilbage om ca. 2600 yr. Stjernen Gliese 710 - en lille rød dværg - passerer om ca. 1,4 Myr forbi Solen i afstanden 70 kAU, og derved vil den sandsynligvis skubbe nogle kometer ind mod Solen, så man vil kunne observere små 'byger' af kometer. Beregninger viser, at ca. hver 36 millioner år vil en stjerne passere inden for en afstand på 10 kAU og så tætte passager vil give

anledning til en veritabel byge af indfaldende kometer.

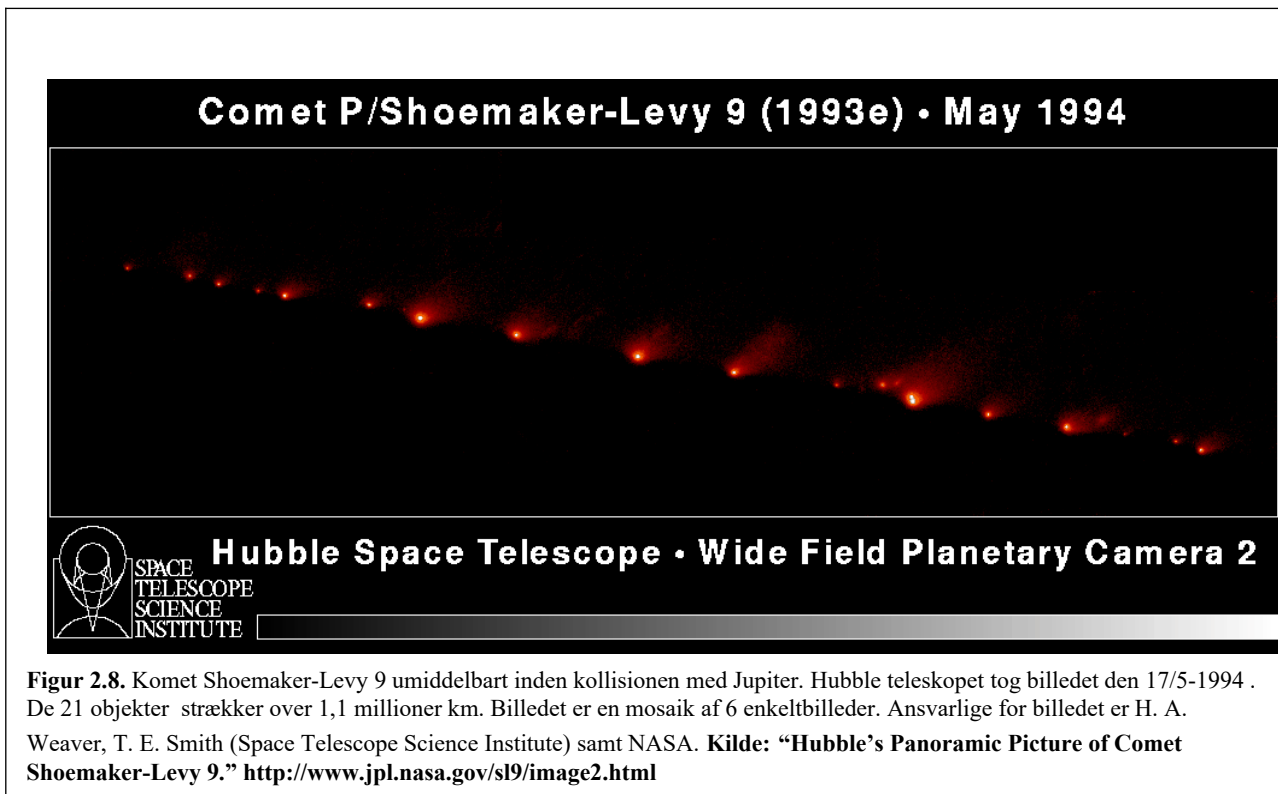
Når mange kometer sendes mod Solen, vil sandsynligheden for et nedslag på Jorden også øges; et sådant nedslag kan udrydde det meste liv på planeten.



Figur 2.7 a, b. Komet Hale-Bopp taget den 6/4-1997 i Osnabrück observatorium ved Oldendorfer Berg. Dr. A. Hänel tog billederne. Bemærk de forskellige haler. a) $f=200\text{mm}/1:4$, 21:12 UT, eksp.tid 10min., Kodak Gold 400 film, b) med h + chi Perseus, $f=55\text{mm}/1:4$, 21: UT, eksp.tid 6min., Kodak Gold 400 film. Kilde: "Osnabrück Observatorium." A. Hänel. http://nostromo.physik.uni-osnabrueck.de/students/ahaenel/komet/kom_obse.htm

Jupiterfamilien

Heldigvis vil mange kometer blive fanget i Jupiters tyngdefelt i stedet for at komme helt ind til de indre dele af solsystemet. Således er der i dag et relativt stort antal kometer i omløb omkring Jupiter.



Figur 2.8. Komet Shoemaker-Levy 9 umiddelbart inden kollisionen med Jupiter. Hubble teleskopet tog billedet den 17/5-1994 . De 21 objekter strækker over 1,1 millioner km. Billedet er en mosaik af 6 enkeltbilleder. Ansvarlige for billedet er H. A. Weaver, T. E. Smith (Space Telescope Science Institute) samt NASA. **Kilde:** "Hubble's Panoramic Picture of Comet Shoemaker-Levy 9." <http://www.jpl.nasa.gov/sl9/image2.html>

De fleste af kometerne i Jupiterfamilien tænkes dog ikke oprindeligt at hidrøre fra Oortskyen men i stedet fra Kuiperbæltet, som er et bælte, der ligger i Ekliptika i en afstand længere væk end Neptun og ud til afstand på ca. 100 AU. Bæltet er begrænset til et område omkring ekliptika i modsætning til Oortbæltet, som er sfærisk symmetrisk.

Det var Gerard P. Kuiper, som i 1951, på baggrund af kometobservationer, foreslog, at der måtte ligge et bælte længere ude end Neptun, hvor der fandtes komet og andre objekter. (Småplaneter og asteroider.) Egentlig var det en privatmand, ireren Kenneth Essex Edgeworth, som i 1949 først kom med ideen, men det var altså astronomen Kuiper, som fik bæltet opkaldt efter sig.

I dag har observationer og computersimuleringer påvist, at Kuiperbæltet findes. Der er foreløbigt fundet 32 objekter i feltet (maj 1996) og deres størrelser ligger i intervallet 100-400 km i diameter, men man anslår, at der ligger ca. 35000 objekter i bæltet i størrelsen over 100 km i diameter. Dertil kommer alle kometerne, som kun har diameter på nogle få km. (<20 km.)

Hvis ovenstående betragtninger viser sig at være korrekte, indeholder Kuiperbæltet dermed mere end 100 gange så meget masse, som det velkendte asteroidebælte, der ligger mellem Mars og Jupiter.

I øjeblikket er det uklart hvordan Kuiperbæltet og Oortskyen er opstået, men simuleringer har i hvertfald vist, at hvis komet og småplaneter blev dannet inden for Neptuns bane, ville Jupiter, Saturn, Uranus, og Neptun kaste objekterne væk og ud i baner uden for Neptuns bane. (Eller ind mod Solen, hvor de med tiden ville gå til grunde i kollisioner med de indre objekter.)

Alle kortperiodekometer, dvs. komet med omløbstider på under ca. 200 yr menes at stamme fra Kuiperbæltet og kendetegnende for disse er, at de ligger tæt på ekliptika - i modsætning til

langperiodekometerne, som ligger helt tilfældigt spredt i Solsystemet og som kommer fra Oort-skyen. Eksempler på 'Kuiper-kometer' kunne være komet Halley ($P = 76$ yr) eller komet Swift-Tuttle. ($P = 126$ yr.)

Kometstruktur og sammensætning

Hvor vi ikke helt forstår dannelsen af ihvertfald Oortskyen, så har vi dog et lille kendskab til de fysiske og kemiske forhold i kometerne. Man har udført spektroskopiske målinger på kometer, og man har sågar haft prober oppe og måle på kometer. F.eks. var der flere satellitter oppe og måle på Halleys komet, da den sidst besøgte det indre af solsystemet i 1986.

Vi har også besøgt kometen P67/Churyumov-Gerasimenko i 2014. Prøv at søge på internettet med kometens navn eller *Rosetta mission*.

I en første approksimation kan man betragte kometer, som en slags gigantiske 'beskidte snebolde.' Kometerne består nemlig af ca. 50 % is iblandet silikater (støv og sten) samt en del gasser og molekyler. De varierer ganske meget i størrelse, men de fleste kendte kometer har størrelser, som ligger i omegnen af 1-60 km i diameter.

Når en komet kommer ind i nærheden af Solen, vil Solen varme den op, og den udvikler en såkaldt *coma*, som er en meget stor gassky, der omkranser kometkernen. Comaen kan godt blive op til en million km i diameter. Comaen er en af grundene til at det er let at observere kometer, når de er nær Solen og dermed os. Kometen vokser jo i størrelse og også i lysstyrke - desuden vil solstrålingen samt solvinden (for eksempel elektroner og protoner) puste til comaen, som derved udstrækkes i en lang hale, som dermed altid peger bort fra Solen. (Se figur 2.7.)

H₂O, HDO, OH, H₂O⁺, H₃O⁺, CO, CO₂, CO⁺, HCO⁺, H₂S, SO, SO₂, H₂CS, OCS, CS, CH₃OH, H₂CO, HCOOH, CH₃OCHO, HCN, DCN, CH₃CN, HNC, HC₃N, HNCO, CN, NH₃, NH₂, NH₂CHO, NH, CH₄, C₂H₂, C₂H₆, C₃, C₂, Na, K, O⁺

og de følgende isotoper:

H¹³CN, HC¹⁵N

C³⁴S

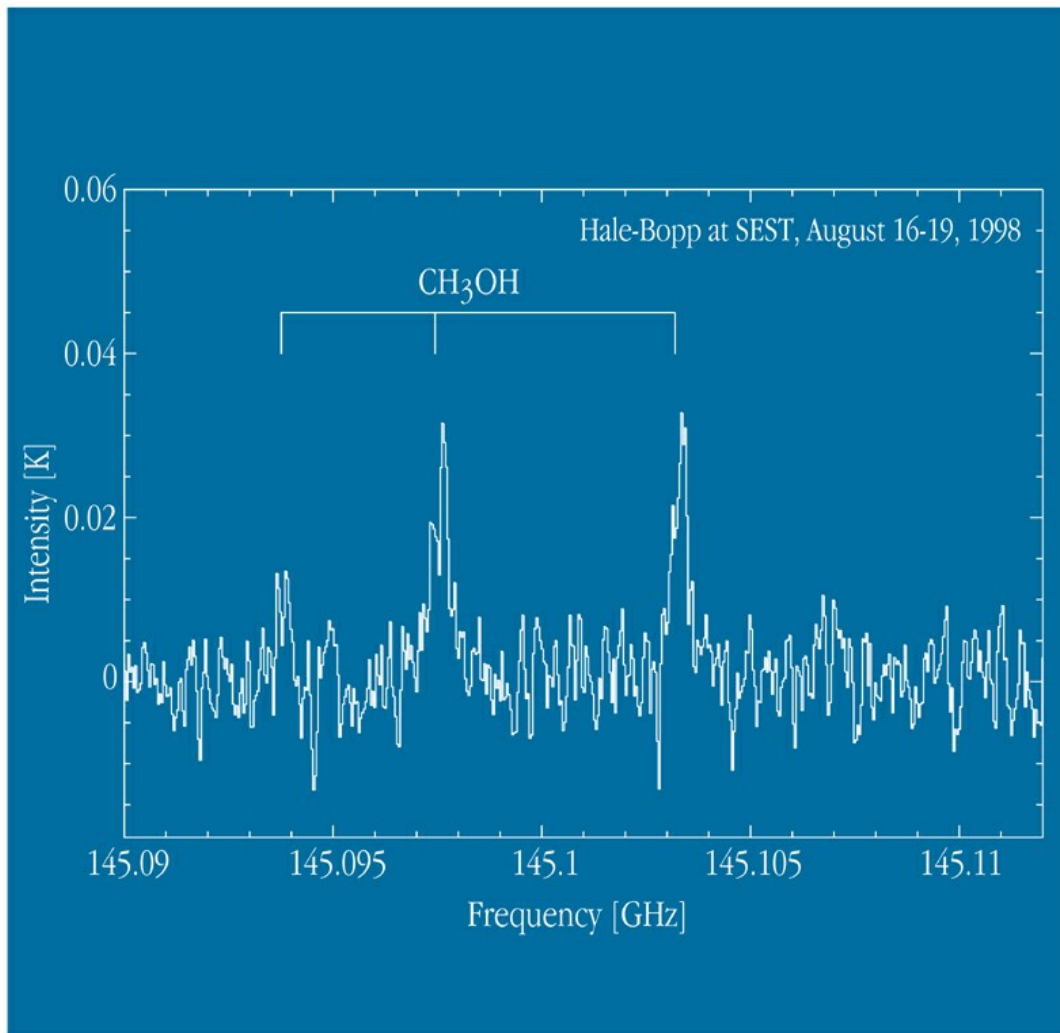
Molekyler fundet i Hale-Bopp. Kilde: - "Comet Hale-Bopp (August 1 1997.)"

<http://www.eso.org/outreach/info-events/hale-bopp/comet-hale-bopp-summary-aug01-97-rw.html>. ESO-skrivelse.

Hvis man kigger nærmere på billeder af kometer, kan man se at de faktisk har mere end en hale - de har en bred og buet hale, som består af støv, der pustes væk fra comaen og desuden har de en *ionhale*, som er smallere og peger i en mere lige retning væk fra kometen. Det skyldes, at ionerne er meget lettere end støvpartikler.

Støvpartiklerne derimod er relativt tunge og er derfor sværere at skyde væk. Når kometen så bevæger sig igennem sin bane, vil det afbøje støvhale.

Der findes ganske mange forskellige slags molekyler i kometer. F.eks. viser spektret i figur 2.9 nedenfor, at der er methanol (CH₃OH) i Hale-Bopp, dvs. træsprit. Der er også vand, kuldioxid, samt kvælstof- og kulstofforbindelser (hydrogencyanid (HCN) for eksempel) foruden støv og andre silikater. Se iøvrigt kassen ovenfor for en mere fuldstændig liste. På grund af tilstedeværelsen af vand og kulstofforbindelser er der fremsat hypoteser om, at kometerne er leverandører til vandet på Jorden, samt at de måske også er kilden til livets byggesten - aminosyrerne. Det er dog usikkert om, kometerne vitterligt er nødvendige for livets opståen.



Detection of Methanol in Comet Hale-Bopp at Heliocentric Distance 6.1 AU

ESO PR Photo 40a/98 (22 October 1998)

© European Southern Observatory



Figur 2.9. Del af radiospektrum. Taget med 15m-SEST teleskopet på La Silla, Chile i perioden 16/8 til 19/8-1998. Methanol-linierne ligger ved hhv. 145,0938, 145,0974 og 145,1032 Ghz. Eksponeringstid 708 min. **Kilde:** "New Observations of Comet Hale-Bopp from La Silla." ESO Press Release 16/98. 22 Oct. 1998.

2.4. Keplers love

Historien bag lovene

Den tyske astronom og matematiker, Johannes Kepler (1571-1630), troede i modsætning til mange andre, at Solen måtte være det naturlige centrum i Solsystemet. (Andre som for eksempel Tycho Brahe troede, at Jorden var centrum i Solsystemet.) Denne ide havde Kepler sandsynligvis fået af sin matematik/astronomilærer, Michael Maestlin, som troede stærkt på Copernikus' *heliocentriske* teori. Copernikus' teori gik kort fortalt ud på, at beskrive planeterne som kredsende på epicykler, fastspændt på cirkler med Solen i centrum. Se figur 2.11 og 2.13.

Kepler kom i 1600 til Prag, hvor han sammen med Tycho Brahe arbejdede som hofastronom/astrolog for Kejsers Rudolph II. Dette samarbejde varede dog kun et år, da Brahe døde i 1601.

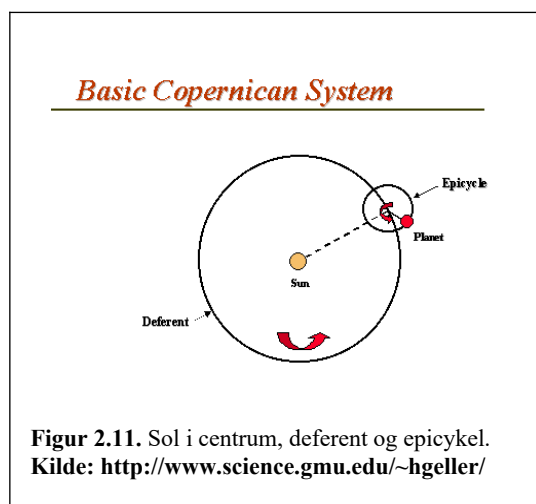
Tycho Brahe havde i årene inden samarbejdet med Johannes Kepler foretaget tidens bedste observationer på både stjerner og planeter, og dette arbejde kom Kepler til hjælp. I perioden 1600 til 1619 arbejdede Kepler især med at forstå Marsbanen. Dette var heldigt, da netop Marsbanen har den største *eccentricitet*⁴ af alle planeterne, hvis man lige ser bort fra den svært observerbare Merkur samt den dengang uopdagede planet Pluto. Fordi *eccentriciteten* for Marsbanen er så stor, som den er, kunne Kepler ikke få de målte positioner til at stemme overens med Copernikus' teoretiske beregninger. Han endte med at konkludere, at Marsbanens bevægelse bedst kunne beskrives ved en *ellipse* med Solen i det ene brændpunkt.

Denne opdagelse var nærmest revolutionær, for lige siden antikken havde man antaget, at himmellegemers bevægelse skulle beskrives ved cirkler. Grækerne havde ment, at gudernes bevægelse, dvs. Solen, planeterne og Månen, kun kunne være perfekte, og en cirkelbevægelse var det mest perfekte, man kendte. Man undres måske over, at et kristent Europa var fikseret af en græsk/hedensk ide, men hellenismen har influeret voldsomt på hvordan europæiske folk tænkte og tænker.

I de efterfølgende år lykkedes det Kepler at påvise, at de andre planeter også bevæger sig i ellipsebaner og i 1609 kunne han offentliggøre sit resultat i skriftet *Astronomia Nova*:



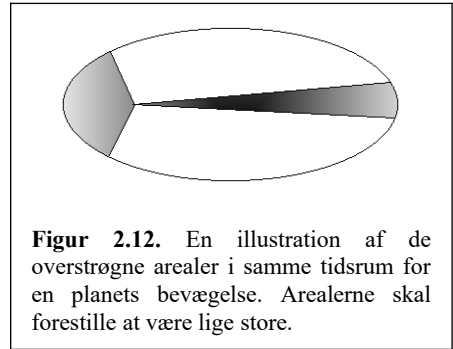
Figur 2.10. Johannes Kepler. **Kilde:** <http://www.hkr.se/web-mna/stud/stud97/steget/kepler.htm>



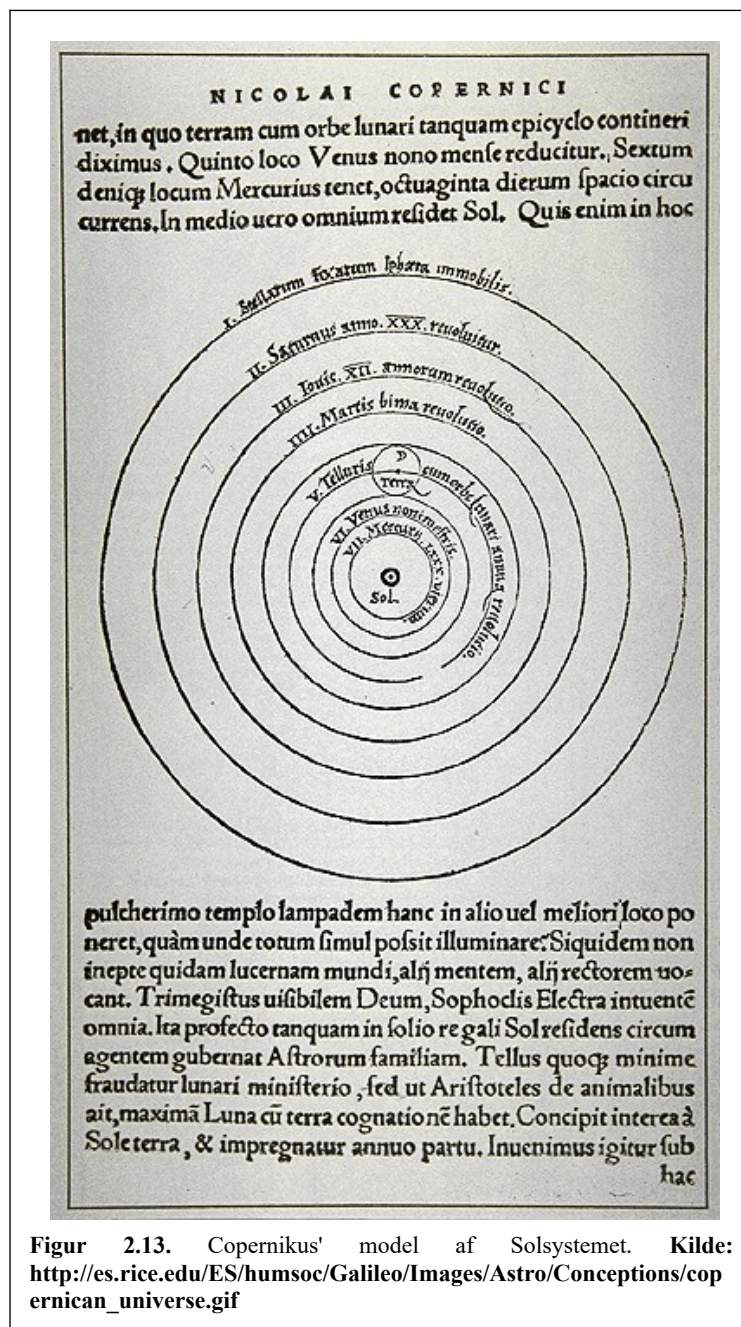
⁴ *Eccentricitet* fortæller noget om banens afvigelse fra cirkelbanen. Den varierer mellem 0 for den rene cirkelbevægelse til 1 for den totalt udstrakte ellipsebevægelse. (Se afsnittet om ellipser.)

Keplers 1. lov: Planeterne bevæger sig i ellipsebaner omkring Solen med Solen i det ene brændpunkt.

Kepler var dog ikke færdig. Han forsøgte at give en *fysisk* begrundelse for den nyopdagede sammenhæng - førhen var modellerne rent matematiske. Han indførte en form for kraftbegreb og antog, at kraften på planeten afhænger omvendt proportionalt med afstanden til Solen. Dette var en forkert tese, men det lykkedes ham dog alligevel at vise en sammenhæng mellem det areal en planets radiusvektor overstrøg og tiden, det tager. Resultatet (i øvrigt sammen med Keplers 1. lov) blev offentliggjort i *Astronomia Nova*.



Figur 2.12. En illustration af de overstrøgne arealer i samme tidsrum for en planets bevægelse. Arealerne skal forestille at være lige store.



Figur 2.13. Copernikus' model af Solsystemet. Kilde: http://es.rice.edu/ES/humsoc/Galileo/Images/Astro/Conceptions/copernican_universe.gif

Keplers 2. lov: Radiusvektor, dvs. en imaginær linie forbindende Solen og planeten, overstryger ens arealer i samme tidsrum. Se figur 2.12.

Han kunne altså vise, at planeten har mest fart på inde ved Solen.

I årene op til 1619 lykkedes det Kepler at koble planeternes omdrejningshastigheder ved aphelion og perihelion sammen med musikskalaen(!) og resultatet er, som skrevet står i *Harmonices Mundi*:

Keplers 3. lov: Kvadratet på omløbstiden divideret med middelfstanden til Solen i tredje potens er lig en konstant. (Middelfstanden er også den halve storakse i ellipsebanen.)

Ovenstående indikerer måske svagt, at Keplers tankegang var baseret på ideen om, at alt i Universet skulle være smukt og harmonisk lige fra musikskalaer til opbygningen af Universet. Denne ide fik Kepler bl.a. fra sin dybt religiøse kristne overbevisning. Ligeledes afviste han store dele af astrologiens lære, da den ikke kan afpasses med Bibelens lære. At han alligevel udarbejdede horoskoper i forbindelse med sit daglige arbejde er en anden sag. (Det skal dog retfærdigvis tilføjes, at han mente, at der var enkelte ting ved astrologien, som var gode nok – det vil føre for vidt her at komme ind på hvad.)

Johannes Keplers love lyder måske ikke så vigtige, men i realiteten var Keplers teori en af hjørnestenene i det arbejde, som Isaac Newton senere lavede. Newton benyttede blandt andet Keplers love til at konstruere sin gravitationslov, og med denne nøjagtige kraftbeskrivelse, som blev offentliggjort i 1687 i værket *Principia Mathematica*, var banen lagt for en ny måde at betragte verden på. Med denne teori havde man nu det teoretiske fundament for at beregne satellitbaner og rumrejser.

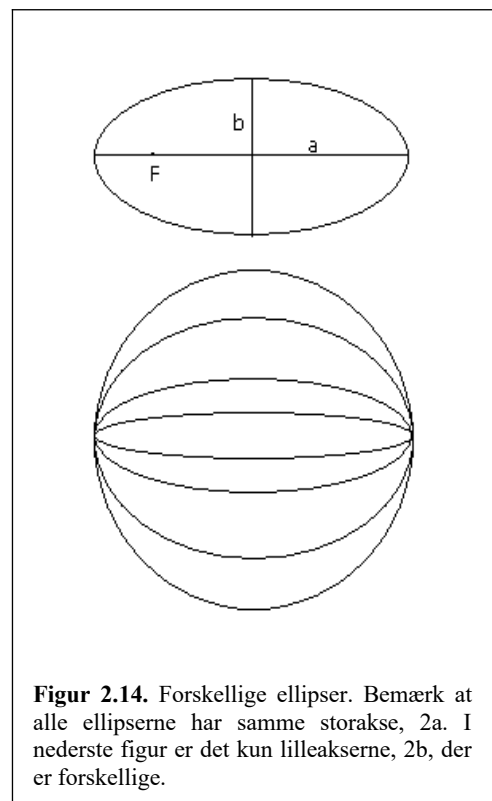
2.5. Celest mekanik

Ellipser

Som Kepler fandt, bevæger planeterne sig i ellipsebaner omkring Solen; dette er dog kun tilnærmelsesvist korrekt. For at få perfekte ellipsebaner må der kun være 2 legemer til stede, og der er jo mange legemer i Solsystemet. De påvirker alle sammen hinanden, og derfor bliver planeternes baner heller ikke fuldstændigt elliptiske.

Til vores formål kan vi dog sagtens godtage Keplers konklusioner, og derfor vil det måske være hensigtsmæssigt at se lidt på de størrelser, der definerer en ellipse og samtidigt nævne nogle af resultaterne fra den celest mekanik. En grundig gennemgang kræver en stor matematisk og fysisk baggrundsviden, så i gennemgangen vil vi i vidt omfang springe over hvor gærdet er lavest.

Betragt figur 2.14. Der er tegnet en mængde ellipser. Ellipserne har en *storakse*, $2 \cdot a$, samt en *lilleakse*, $2 \cdot b$. Derudover har de et *brændpunkt*, som er angivet med, F . Brændpunktet kan forstås som det punkt lysstråler ville



Figur 2.14. Forskellige ellipser. Bemærk at alle ellipserne har samme storakse, $2a$. I nederste figur er det kun lilleakserne, $2b$, der er forskellige.

samles i, hvis et parallelt strålebundt blev sendt ind på siden af et spejl, hvis form er som ellipsen.

Eccentriciteten, e , er et mål for hvor oval ellipsen er. Den går fra 0 ved cirkler til 1 for den fuldstændigt udstrakte ellipse. (Altså en linie.) Eccentriciteten er defineret som:

$$e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

Afstanden fra brændpunktet til det nærmeste punkt på ellipsen kaldes *pericenterafstanden*, r_p , og det fjerneste punkt kaldes for *apocenterafstanden*, r_a . Apo- og pericenterafstandene kan bestemmes vha. følgende formler:

$$\begin{aligned} r_a &= a \cdot (1 + e) \\ r_p &= a \cdot (1 - e) \end{aligned}$$

I solsystemet er apocenter omdøbt til aphel, og pericenter er omdøbt til perihel, da legemerne kredser om Solen – helion på græsk.

Den mekaniske energi samt hastigheden af et himmellegeme rundt omkring Solen

Alle ellipserne i figur 2.14 har samme *halve storakse*, men de ser ellers ikke ens ud. Det skyldes, at der er 2 størrelser, der bestemmer banens form – *energien* og *impulsmomentet*. Energien bestemmer længden af den halve storakse, mens impulsmomentet bestemmer hvor udstrakt ellipsen er.

Den mekaniske energi er negativ, og energien af legemerne i en ellipsebane er også konstant. Den er en sum af legemernes kinetiske energier samt deres indbyrdes potentielle energi. For eksempel vil en planet med massen, m , i afstanden, r , fra Solen, som har massen, M , have den mekaniske energi:

$$E_{\text{mek}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - G \cdot m \cdot M / r$$

Minusset i fortegnet for udtrykket for den potentielle energi skyldes, at man selv kan vælge nulpunkt for den potentielle energi. Med minusset har man valgt fortegnet sådan, at hvis et legeme har en negativ mekanisk energi, betyder det, at det er bundet til systemet. Hvis $E_{\text{mek}} \geq 0$ er legemet frit. Det viser sig ydermere, at hvis $E_{\text{mek}} < 0$ er banen en ellipse, hvis $E_{\text{mek}} = 0$ er banen en parabel og hvis $E_{\text{mek}} > 0$ er banen en hyperbel. Hvis energien går mod nul går den halve storakse mod uendelig.

Nedenfor er virialteoremet beskrevet, og det kan bruges til at vise følgende sammenhæng mellem den halve storakse og den mekaniske energi:

$$a = - G \cdot m \cdot M / (2 \cdot E_{\text{mek}})$$

Impulsmomentet for en given bane kan skrives som

$$\vec{L} = m_{\text{planet}} \vec{r}_{\text{planet}} \times \vec{v}_{\text{planet}} + m_{\text{sol}} \vec{r}_{\text{sol}} \times \vec{v}_{\text{sol}}$$

Impulsmomentet er konstant ligesom energien.

Formen af ellipsebanen angives ved eccentriciteten – se afsnittet ovenfor. Sammenhængen mellem eccentriciteten og impulsmomentet er givet ved følgende formel:

$$e = \sqrt{1 + \frac{2 \cdot E_{\text{mek}} \cdot L^2}{(G \cdot M_{\text{sol}} \cdot m)^2} \cdot \mu}$$

Ovenfor er $\mu = m_{\text{planet}} \cdot m_{\text{sol}} / (m_{\text{planet}} + m_{\text{sol}})$. Størrelsen kaldes den reducerede masse. Se i øvrigt afsnittet om newtonsk behandling af Keplers love.

Virialteoremet

Virialteoremet udtrykker, at for et himmellegeme kun påvirket af Solen, er summen af det dobbelte af den gennemsnitlige kinetiske energi + den gennemsnitlige potentielle energi = 0. Eller på formelsprog

$$2 \cdot \langle E_{\text{kin}} \rangle + \langle E_{\text{pot}} \rangle = 0.$$

Den gennemsnitlige potentielle energi beregnes ved afstanden $r = a$, som er den halve storakse.

Den mekaniske energi for en planet er:

$$E_{\text{mek}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}$$

Dette udtryk gælder altid, altså også hvis man sætter de gennemsnitlige kinetiske- og potentielle energier ind. Hvis vi ydermere bortsubstituerer den kinetiske energi ved hjælp af virialteoremet får man:

$$E_{\text{mek}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \langle E_{\text{kin}} \rangle + \langle E_{\text{pot}} \rangle = -\frac{1}{2} \cdot \langle E_{\text{pot}} \rangle + \langle E_{\text{pot}} \rangle = \frac{1}{2} \cdot \langle E_{\text{pot}} \rangle.$$

Farten af et legeme der bevæger sig i en ellipsebane

Ud fra virialteoremet ovenfor kan vi anføre den mekaniske energi som:

$$E_{\text{mek}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - G \cdot m \cdot M / r = -G \cdot m \cdot M / (2 \cdot a)$$

Det er nu muligt at bestemme hastigheden i en ellipsebane for en given afstand, r:

$$v^2 = G \cdot M \cdot (2/r - 1/a)$$

Er banen en parabel sættes a til uendelig. Er banen en hyperbel duer formelen ikke.

Newtonsk udledning af Keplers 2. og 3. lov

Eftersom vi i dag er fortrolige med Newtons fysik, vil vi her udlede nogle af Keplers love vha. mekanikken. Afsnittet er matematisk set lidt svært.

Vi kender fra kapitel 1 Newtons gravitationslov, som virker mellem to legemer med masserne m og M og som befinder sig i afstanden r fra hinanden:

$$F = \frac{-G \cdot M \cdot m}{r^2}$$

Hvor gravitationskonstanten $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$. Det viser sig, at to legemer altid bevæger sig omkring deres fælles *massemidtpunkt*, som er bestemt af legemernes indbyrdes afstand samt deres

masser. Dvs. i Jord-Solsystemet står Solen altså ikke stille⁵. (I praksis ligger massemidtpunktet dog dybt nede i Solen.)

Foruden Newtons gravitationslov er det nyttigt at kende til den resulterende kraft for et legeme, der bevæger sig i en cirkelbane omkring et andet legeme. Vi ved fra Keplers 1. lov at planeterne faktisk bevæger sig i ellipsebaner omkring Solen, men vi nøjes med for nemheds skyld at regne som om banerne rent faktisk er cirkelbaner. Den resulterende kraft viser sig at være:

$$F_{res} = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad (*)$$

hvor m er den kredsende planets masse, M er solens masse, v planetens omløbsfart og r afstanden fra planetens centrum til massemidtpunktet for planeten og Solen.

Keplers 2. lov.

I afsnit 2.1 omtales impulsmomentbegrebet. Dette lidt abstrakte begreb, kan også hjælpe os i at udlede Keplers love. For den reducerede partikel med massen μ og farten v gælder:

$$L = \mu \cdot r \cdot v = \mu \cdot r \cdot (r \cdot \Delta\phi / \Delta t) = 2 \cdot \mu \cdot (\frac{1}{2} \cdot r \cdot [r \cdot \Delta\phi] / \Delta t) = 2 \cdot \mu \cdot \Delta A / \Delta t \Leftrightarrow$$

$$L / (2 \cdot \mu) = \Delta A / \Delta t. \quad (**)$$

Ovenfor er benyttet at $v = r \cdot \Delta\phi / \Delta t$, at $r(1) \approx r(2) = r$ samt at det overstrøgne areal, A , er $\frac{1}{2} \cdot \text{højde} \cdot \text{grundlinie} = \frac{1}{2} \cdot r \cdot [r \cdot \Delta\phi]$.

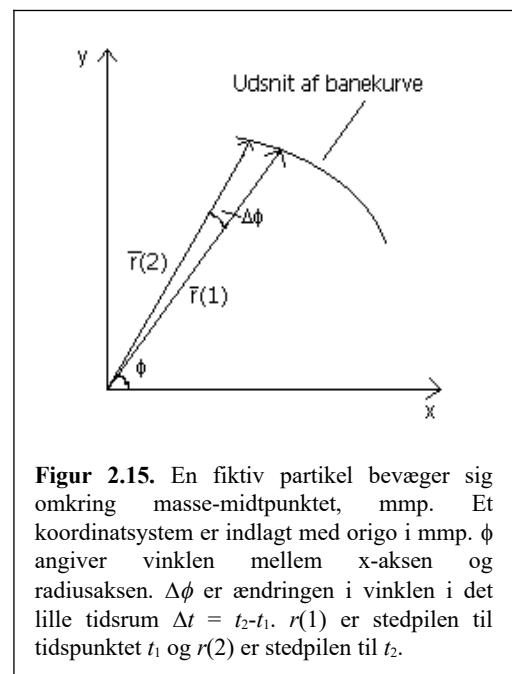
Da gravitationskraften og afstanden, r , er parallelle er ændringen i impulsmoment $\Delta L = 0$, altså er L konstant, og dermed er venstresiden i (**) det også. Sagt på jævnt dansk er det overstrøgne areal pr. tidsenhed konstant. Det er netop Keplers 2. lov.

Keplers 3. lov.

Vi antager i det følgende, at planeten bevæger sig i en cirkelbane med konstant fart, v . Dermed bevæger planeten sig tilnærmelsesvist med hastigheden $v = 2 \cdot \pi \cdot a / T$, hvor a er den halve storakse og T er omløbstiden. Ved at indsætte udtrykket for hastigheden ind i (*) og sætte udtrykket lig med Newtons gravitationskraft fås for hhv. planeten og Solen:

$$G \cdot \frac{m \cdot M}{a^2} = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r_1}{T^2} \wedge G \cdot \frac{m \cdot M}{a^2} = M \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r_2}{T^2} \wedge a = r_1 + r_2 \quad (***)$$

Ovenfor står 3 ligninger med 3 ubekendte og den kan løses. Metoden er at isolere r_1 samt r_2 i de to



Figur 2.15. En fiktiv partikel bevæger sig omkring masse-midtpunktet, mmp. Et koordinatsystem er indlagt med origo i mmp. ϕ angiver vinklen mellem x-aksen og radiusaksen. $\Delta\phi$ er ændringen i vinklen i det lille tidsrum $\Delta t = t_2 - t_1$. $r(1)$ er stedpilen til tidspunktet t_1 og $r(2)$ er stedpilen til t_2 .

⁵ Dette fænomen bevirker at spektrallinier fra stjerner med kredsende planeter forskydes pga. dopplereffekten. Ved at måle forskydningerne kan man bestemme, om en fjern stjerne har omkredsende planeter, selvom planeternes lys er for svagt til at blive detekteret med nutidigt udstyr.

første formler og endelig indsætte de fundne udtryk i den 3. formel. Hvis man gør dette får man Keplers 3. lov:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G \cdot (m + M)}{4 \cdot \pi^2} \approx \frac{G \cdot M}{4 \cdot \pi^2}$$

Bemærk afrundingen som er ok at udføre da Solen vejer væsentligt mere end alle planeterne.

I ord står der altså, at middelfstanden i 3. potens delt med kvadratet på omløbstiden *næsten* er lig med en konstant.

Ovenstående eksempler er ikke fuldstændigt uddybede. Desværre kræves der en del matematik & fysik for at kunne gennemføre udregningerne fuldstændigt. Eleven kan glæde sig til universitetsstudierne!

Referencer

1. "Paul R. Weissman," *Scientific American* sept. 1998, p. 62-67.
2. "Jane X. Luu and David C. Jewitt," *Scientific American* maj 1996.
3. "The Comet Primer." <http://medicine.wustl.edu/~kronkg/comintro.html>.
4. "New Observations of Comet Hale-Bopp from La Silla." ESO Press Release 16/98. 22 Oct. 1998.
5. "Osnabrück Observatorium." A. Hänel.
http://nostromo.physik.uni-osnabrueck.de/students/ahaenel/komet/kom_obse.htm
6. "Comet Hale-Bopp (August 1 1997.)" <http://www.eso.org/outreach/info-events/hale-bopp/comet-hale-bopp-summary-aug01-97-rw.html>. ESO-skrivelse.
7. "Hubble's Panoramic Picture of Comet Shoemaker-Levy 9." <http://www.jpl.nasa.gov/sl9/image2.html>
8. "Planeter" af Kaare Lund Rasmussen, Munksgaard 1999.

Opgave 2.1. Marsbanen. (Tekst fra Orbit 2 cd-rom.)

I denne opgave vil vi konstruere Mars bane omkring Solen, på samme måde som Kepler gjorde det ud fra Tycho Brahes observationer i starten af 1600-tallet.

Datidens astronomer var delt i flere lejre. Nogle mente sammen med den katolske kirke, at Jorden var centrum i universet, og at planeterne - og Solen - cirklede omkring Jorden i enten jævne cirkelbevægelser eller i *epicykelbevægelser*. Andre mente, at Kopernikus måtte have ret i sin nye teori, at Jorden og de andre planeter cirklede om Solen, men stadig i jævne cirkel- eller epicykelbevægelser. Tycho Brahe havde sin egen teori, der var en mellemting mellem de to andre. Han mente - ud fra sine observationer - at kunne bevise, at Jorden var centrum, og at Solen cirklede omkring Jorden, men at de andre planeter, herunder Mars, cirklede omkring Solen. Og så var der den unge *Kepler*. Han mente som Kopernikus, at Jorden cirklede omkring Solen, men han mente ikke, at banerne nødvendigvis var cirkel- eller epicykelbaner. Især hans studier af Mars bane førte ham til den teori, at planeternes baner var ellipser og at de opfyldte 3 love, i dag kendt som "Keplers love for planetbanerne".

Kepler vidste fra tidligere observationer, at det tog Mars 687 døgn at gennemløbe 1 omløb om Solen i forhold til stjernerne. For Jorden tager 1 omløb 365 døgn og 2 omløb 730 døgn. Hvis derfor Mars observeres et sted i sin bane, vidste han, at det ville tage 687 døgn, før den var samme sted, selvom den fra Jorden ikke så ud til at være samme sted på himlen (se omstående figur). Ved at tegne positioner og retningslinjer på en skitse af solsystemet, kunne Kepler ved hjælp af en såkaldt *triangulering* bestemme marsbanens form. Men det krævede, at han havde nøjagtige positioner af Mars position på himlen med præcist 687 døgn mellemrum. Her kom Tycho Brahes observationer, de nyeste og mest præcise på den tid, "som sendt fra himlen". Dog måtte Kepler for enkelte af dem *interpolere* sig frem til positioner med det nøjagtige tidsinterval.

I tabellen nedenfor ser vi nogle af de observationer, som Kepler anvendte til at bestemme marsbanens form. Tabellen angiver datoen for observationen, Jordens position i solsystemet (den Heliocentriske længdegrad - i grader og bueminutter fra forårspunktet), samt Mars position på himlen, set fra Jorden (den Geocentriske længdegrad - også i grader og minutter fra forårspunktet). Kontroller, at der er 687 døgn mellem de parvise observationer.

| | Dato | Jordens længdegrad (Heliocentrisk) | Mars længdegrad (Geocentrisk) |
|----|------------|---------------------------------------|----------------------------------|
| 1a | 17/2-1585 | 159°23' | 135°12' |
| 1b | 5/1-1587 | 115°21' | 182°08' |
| 2a | 10/3-1585 | 179°41' | 131°48' |
| 2b | 26/1-1587 | 136°06' | 184°42' |
| 3a | 28/3-1587 | 196°50' | 168°12' |
| 3b | 12/2-1589 | 153°42' | 218°48' |
| 4a | 19/9-1591 | 5°47' | 284°18' |
| 4b | 6/8-1593 | 323°26' | 346°56' |
| 5a | 7/12-1593 | 85°53' | 3°04' |
| 5b | 25/10-1595 | 41°42' | 49°42' |

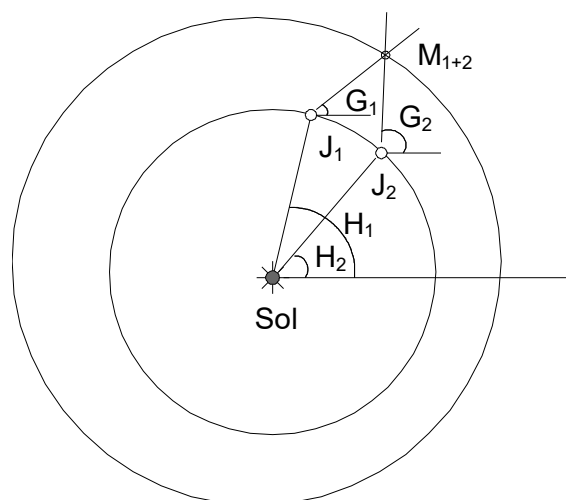
Følg *omhyggeligt* fremgangsmåden herunder og bestem Marsbanens form.

Fremgangsmåde

Til denne øvelse skal vi bruge mm-papir, en spids blyant, en passer, en lineal, en vinkelmåler, samt knappenåle og sytråd (til at tegne ellipsen).

På midten af mm-papiret tegner vi en cirkel med en radius på 5 cm. Fra midten og mod højre tegner vi en lang lige streg. Cirklen angiver Jordens bane, som er næsten cirkelformet, med Solen i centrum. Linien mod højre angiver retningen mod forårspunktet (i stjernetegnet *Vædderen*), hvorfra vi måler alle vinkler *mod uret*.

Afsæt, ved hjælp af vinkelmåleren de parvise positioner for Jorden på dens bane, J_1 og J_2 ud fra vinklerne H_1 og H_2 i tabellen. Marker derefter retningerne til Mars i hver af Jordens positioner, ved hjælp af vinklerne G_1 og G_2 , afsat med Jorden som centrum og med 0° langs retningen til forårspunktet (parallelt med linien). Tegn tynde streger fra Jorden langs retningerne til Mars, og forlæng dem til parvis skæring. Mars vil da befinde sig i skæringspunktet, M_{1+2} , mellem de to linier.



Konstruktion af banen

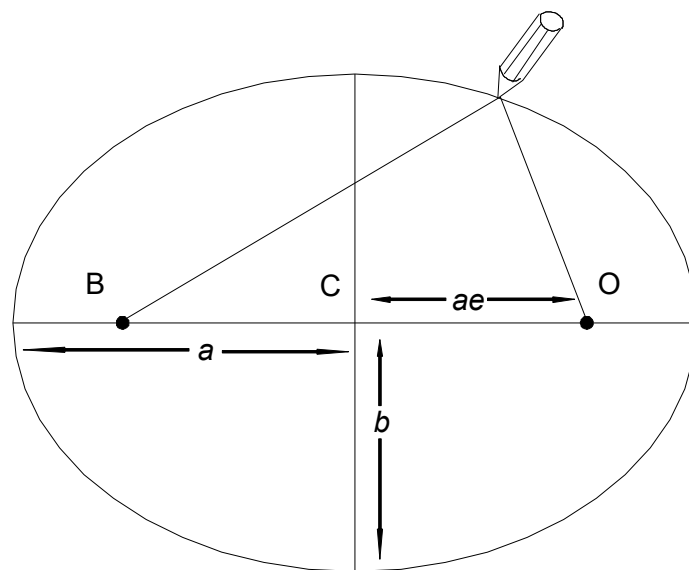
Kepler antog, at observationerne 4a-4b samt 1a-1b gav Marsbanens perihelion P og aphelion A (mindste og største afstand til Solen). Tegn en linie gennem P og A og find midterpunktet C mellem disse positioner. Tegn så en cirkel gennem positionerne med dette punkt som centrum. Denne angiver en 1. approksimation til Mars bane. Vi vil nu vise, at en ellipse approksimerer banen endnu bedre.

En ellipse angives ved en storakse a en lilleakse b og en excentricitet e . Storaksen kan findes som halvdelen af afstanden mellem perihel- og aphelpunktet (radius i den ovennævnte cirkel). Linjen gennem P og A angiver storaksen. Excentriciteten kan findes som forholdet mellem afstanden fra Solen til C og storaksen. Altså

$$e = \frac{OC}{a}$$

Endelig kan vi beregne lilleaksen som

$$b = \sqrt{(1 - e^2) \cdot a^2}$$



Mål med linealen længderne AP og OC og beregn størrelserne a , b og e . Omregn a og b til astronomiske enheder (1 AE = 5 cm).

Ellipsens andet brændpunkt, B, befinder sig i et punkt på linjen AP på den anden side af C i samme afstand som O. Find dette punkt. Anbring papiret på en papplade (eller en blød masonitplade) og sæt knappenålene i banens to brændpunkter. Læg et stykke snor omkring de to knappenåle og blyantspidsen, og stram den ud til den lige netop kan nå ud til A hhv. P. Tegn nu hver halvdel af ellipsen, idet snoren hele tiden holdes udstrakt medens den glider på blyantspidsen og knappenålene (snoren må ikke være elastisk, så længden kan ændres undervejs). Undersøg om ellipsen giver en bedre tilnærmelse til banepunkterne.

Find den mindste og den største afstand mellem Jorden og Mars (i AE). Hvor lang tid går der mellem to observationer, hvor Jorden og Mars er nærmest?

Opgave 2.2. Mars' banekonstanter 1.

1. Find Mars' og Solens masse samt Mars' middelfastand til Solen. Beregn den mekaniske energi for Mars.
2. Beregn Mars' omløbshastighed ved hjælp af resultatet i spørgsmål 1. (Antag cirkelbevægelse.)
3. Find Mars omløbstid ved hjælp af svaret i spørgsmål 2.
4. Find Mars' eccentricitet i en tabel (eller benyt dit resultat fra Marsopgaven) og beregn impulsmomentet for Mars.

Opgave 2.3. Mars' banekonstanter 2.

1. Beregn peri- og apocenterafstandene for Mars og find den halve storakse i en tabel. (Benyt evt. dit resultat fra Marsopgaven.)
2. Beregn Mars' hastighed i apocenteret, pericenteret samt ved den halve storakse.
3. Beregn den relative forskel i apocenter/pericenter-hastighederne i forhold til hastigheden ved den halve storakse.

Opgave 2.4. Keplers love.

1. Læs 2-11^{nederst} til 2-13 grundigt, dvs. gennemgå udregningerne på siderne.
2. Vi vil nu regne i AU og sideriske år. Beregn konstanten i Keplers 3. lov med disse enheder.
3. Man kan måle de synodiske omløbstider for planeterne og derefter beregne deres sideriske omløbstider. Benyt Keplers 3. lov til at beregne middelfastandene mellem Solen og planeterne. (Slå omløbstiderne op i en tabel.)

Opgave 2.5. Kometnedslag.

Kometen Hale-Bopp er fortrinsvist lavet af is, og den kan antages kugleformet. Diameteren af kometen er ca. 40 km.

Kometen bevæger sig tilnærmelsesvist på en ellipsebane med en storakse på 58 mia. km, og farten til et vilkårligt punkt i en ellipsebane omkring Solen kan beskrives ved hjælp af følgende formel:

$$v^2 = G \cdot M_{\odot} \cdot (2/r - 1/a)$$

hvor a beskriver ellipsebanens halve storakse og r er kometens afstand fra Solen.

- a) Skitser banebevægelsen og indtegn storaksen.
- b) Opstil et udtryk for kometens kinetiske energi udtrykt ved diameteren, d , den halve storakse, a , massefylden, ρ , Solens masse, M_{\odot} , gravitationskonstanten, G samt afstanden fra Solen.
- c) Hvor stor er kometens kinetiske energi, når den befinder sig i afstanden 1 AU?
- d) Antag at Jorden står stille og at kometen og Jorden kolliderer. Beregn den energimængde, der afsættes ved nedslaget i enheder af "Hiroshima-atombomber." (Energien af den bombe, som blev smidt over Hiroshima frigav 80 TJ.)