

Resistivetsmålinger/Wennersondering

Resistivitet

I ellæren er resistivitet defineret som en materialeafhængig konstant, der sammenkæder legemets fysiske dimensioner med dets resistans. F. eks. kan man betragte en ledning, som har længden, l , og tværsnitsarealet, A . Ledningens resistans er så givet ved formlen

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A},$$

hvor ρ er ledningens resistivitet og R er resistansen for ledningen. Eksempler på talværdier for forskellige materialer er givet i tabel 1.

Stof	ρ (Ωm) v. 20 °C	α_{20} (K^{-1})	Stof	ρ (Ωm) v. 20 °C	α (K^{-1})
Aluminium	$2,72 \cdot 10^{-8}$	0,0040	Ferskvand		-
Guld	$2,22 \cdot 10^{-8}$	0,00375	Saltvand	0,26	-
Jern	$1,01 \cdot 10^{-7}$	0,0058	Vådt ler	2,6	-
Kobber	$1,68 \cdot 10^{-8}$	0,0040	Vådt sand	104	-
Wolftram	$5,36 \cdot 10^{-8}$	0,0044	Klippe	$10,4 \cdot 10^3$	-

Tabel 1¹

Resistiviteten varierer med temperaturen, og man kan beregne resistiviteten ved en given absolut temperatur T , såfremt man kender temperaturkoefficienten α . Formlen lyder

$$\rho(T) = \rho_{20} \cdot (1 + \alpha_{20} \cdot (T - 293)).$$

Ovenstående definition af resistivitet gælder for materialer, som leder strøm ved elektrontransport. (F. eks. metaller og grafit.) Mange naturmaterialer som klippe, ler og sand mv. leder ikke strømmen ved elektrontransport men ved iontransport. Materialerne opfører sig altså som elektrolytter. Vi bruger dog samme definition af resistivitet alligevel.

Eksperiment – Måling af resistivitet

I dette eksperiment skal du undersøge resistiviteten af forskellige materialer. Det kan f.eks. være dekorationsler, eller sand, ler og jord, som du selv graver op. Du kan også måle resistiviteten af vand med forskellige saltopløsninger tilsat.

Betragt illustration 1. Her er formet en ensartet pølse af ler, som man kan måle længde, diameter og resistans af.

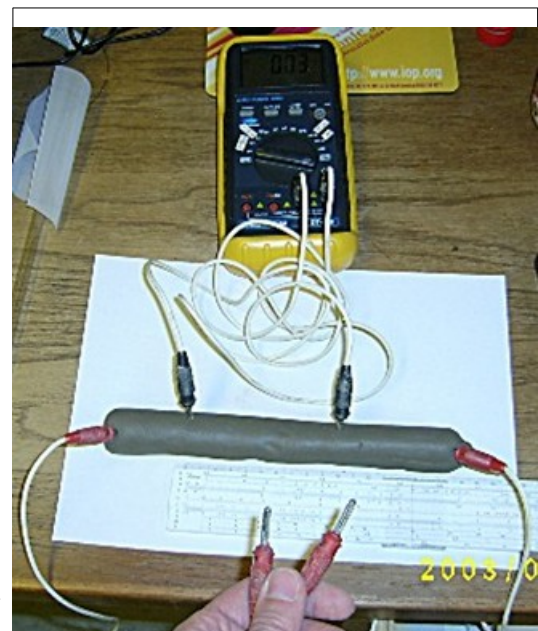


Illustration 1: En spændingskilde er tilsluttet via ledningerne i enden af lerpølsen. Resistansen måles med Ohm-meter ved forskellige længder. Tykkelsen kan også varieres. Kilde: Bo Holm Jacobsen. NB: Virker ovenstående metode ikke, så benyt amperemeter og voltmeter til at måle U og I . Derefter kan R beregnes.

1 Kilde: Venstre halvdel af tabellen: Databog Fysik & Kemi, F & K forlaget 2003. Højre halvdel af tabellen: Bo Holm Jacobsen, Kursusmateriale 10.-11. april 2012. Ifølge Kearey & Brooks, *Introduction to Geophysical Exploration*, p. 199 varierer resistiviteter for klippematerialer meget, så tallene til højre er kun indikative.

Derefter kan resistiviteten beregnes. Prøv at lave dette forsøg, hvor du varierer tykkelse og længde af lerpølsen. Diskuter dine resultater.

Lav en tilsvarende opstilling med et vandkar. Mål tværsnitsarealet af vandkarret samt dets længde. Start med ferskvand, prøv derefter at øge saltindholdet i vandet. Hvad sker der med resistiviteten? Forklar teoretisk dine resultater. (For vand kan du overveje om salinitet har en betydning.) *Del dine resultater med resten af klassen, og find middelværdi og spredning på resistiviteterne for de forskellige materialer.*

Salinitet

Saltindholdet i vand angives som en masseprocent eller massepromille (kaldet PSU), og den kaldes for *salinitet*. Saltindholdet i vand varierer fra sted til sted. I ferskvand er saliniteten under 0,05%, i brakvand er saliniteten under 3 % og i oceanvand er saliniteten under 5 %.

Måling af resistivitet i jorden

Hvis man er i stand til at måle resistiviteten i undergrunden, kan man få et fingerpeg om, hvad den består af. Som i seismik kan man også sammenligne resistivetsmålinger med modeller af undergrunden, og det kan så bruges til at måle dybden til forskellige lag i undergrunden. For at gøre dette kræves det, at man er i stand til at sende en elektrisk strøm et pænt stykke ned i jorden – ellers kan man jo ikke måle resistansen og dermed finde resistiviteten dybt nede. Problemet kan løses ved, at man måler med en metode, som kaldes Wennersondering.

Wennersondering

Teori

Teorien bag wennersonderingen kræver brug af integralregning. Har du ikke lært det, kan du springe til resultatet nederst på side 3.

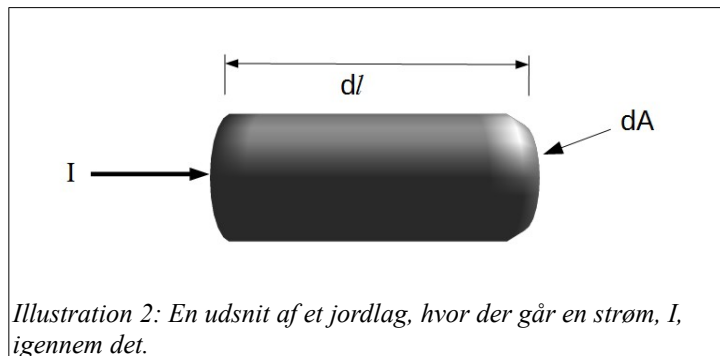


Illustration 2: En udsnit af et jordlag, hvor der går en strøm, I , igennem det.

Betragt illustration 2. Her ses et lille udsnit af et jordlag, der har tværsnitsarealet, dA , og længden, dl . Der er et spændingsfald² på $-dU$ hen over lagets to ender. Strømmen I er sendt igennem laget. Ifølge definitionen på resistivitet og Ohms 1. lov gælder:

$$dR = \frac{\rho \cdot dl}{dA} \wedge -dU = dR \cdot I \Leftrightarrow dR = \frac{-dU}{I} = \frac{\rho \cdot dl}{dA} \Leftrightarrow \frac{dU}{dl} = -\rho \cdot \frac{I}{dA} \equiv -\rho \cdot j,$$

hvor j er defineret som *strømtætheden*. Strømtætheden er et mål for hvor meget strøm pr. areal, der gennemstrømmer et område.

Betragt nu illustration 3. Her har man tilsluttet en strøm, I , ved punkt A. Strømmen spreder sig ned i jorden symmetrisk rundt om A. Dvs. vi kan skrive strømtætheden i en given afstand l som

$$j = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot l^2}$$

2 dU angiver en lille stigning i spændingsfaldet U . Men da der måles et spændingsfald vil dette tal være negativt. Dvs. størrelsen $-dU$ er positiv.

Vi kan nu indsætte udtrykket for strømtætheden, j , i vores differentiaalligning for U . Dermed får vi

$$\frac{dU}{dl} = \frac{-\rho \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot l^2}$$

Ovenstående ligning kan vi integrere fra uendeligt og ind til afstanden l . I uendelig er spændingen defineret til at være 0, og spændingen i afstanden l bliver dermed

$$U(l) = \frac{-\rho \cdot I}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\infty}^l \Gamma^{-2} dl = \frac{\rho \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot l}$$

Hvis der er mere end et punkt hvor strøm går ind/ud af jorden, kan man finde den samlede spænding et sted, ved at addere spændingen fra de forskellige punkter.

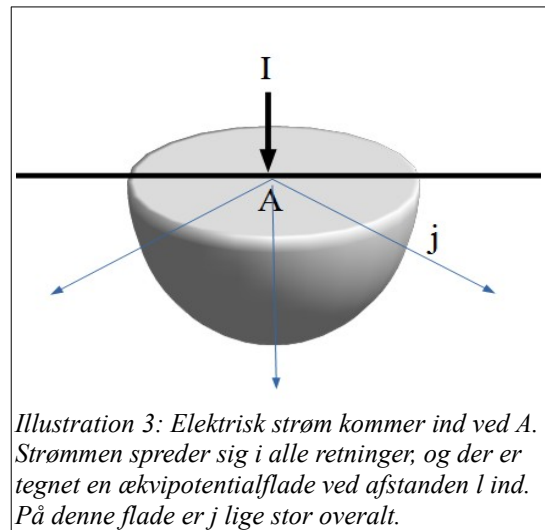


Illustration 3: Elektrisk strøm kommer ind ved A. Strømmen spreder sig i alle retninger, og der er tegnet en ækvipotentialflade ved afstanden l ind. På denne flade er j lige stor overalt.

Betragt nu kredsløbet på illustration 4. Her er der tilsluttet en plus-pol ved A og en minus-pol ved B. Man har tilsluttet et voltmeter mellem polerne C og D.

Opsætningen kaldes en Wenneropsætning. Spændingerne $U(C)$ og $U(D)$ kan beregnes ved at benytte formlen for $U(l)$, når man husker at addere bidragene *med fortegn* fra både A og B. Forskellen mellem de to spændinger er netop spændingsfaldet U_{CD} .

Heraf følger

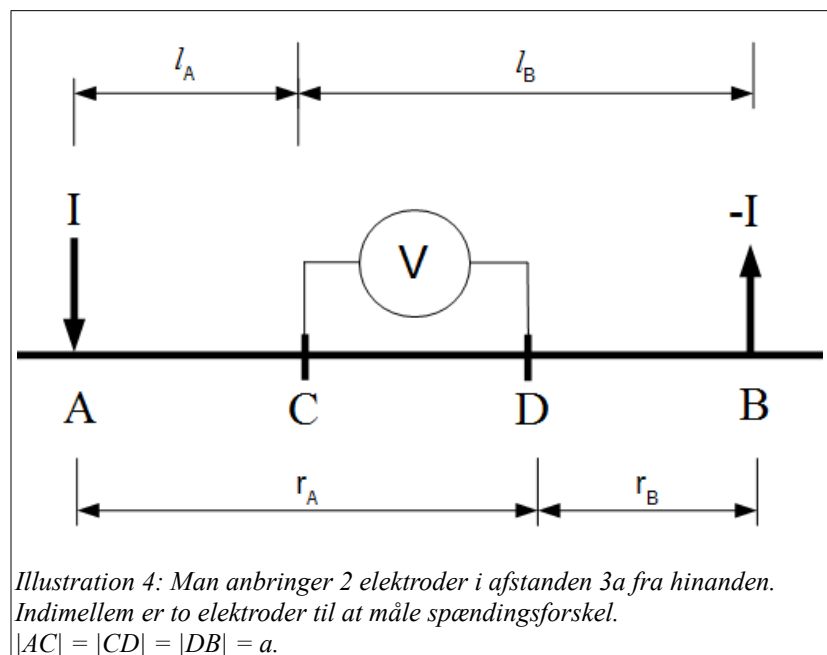


Illustration 4: Man anbringer 2 elektroder i afstanden $3a$ fra hinanden. Indimellem er to elektroder til at måle spændingsforskelle. $|AC| = |CD| = |DB| = a$.

$$U_{CD} = U(C) - U(D) = \frac{\rho}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\left(\frac{I}{l_A} - \frac{I}{l_B} \right) - \left(\frac{I}{r_A} - \frac{I}{r_B} \right) \right) = \frac{\rho \cdot I}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{2 \cdot a} - \left(\frac{1}{2 \cdot a} - \frac{1}{a} \right) \right) = \frac{\rho \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot a} \Leftrightarrow$$

$$\rho = \frac{2 \cdot \pi \cdot a \cdot U_{CD}}{I}$$

Dvs. hvis vi laver en opstilling, hvor der er samme afstand mellem alle 4 elektroder, så får vi et simpelt udtryk for resistiviteten givet ved nogle målbare størrelser.

Fortolkning

Ovenstående udledning er lavet under forudsætning af, at jordlaget er helt homogent, og at der kun er ét jordlag. Virkeligheden er mere kompleks, så derfor kalder man oftest resistiviteten for *den tilsyneladende resistivitet*.

Det viser sig, at jo større elektrodeafstand, a , man vælger des dybere kan strømmen trænge ned i jorden. Der hvor den største strøm går kaldes *indtrængsdybden* og den er ca $0,3 \cdot a$. Dvs. den tilsyneladende resistivitet vil for voksende a være et mål for resistiviteten i større og større dybder. Det kan man udnytte ved en given lokalitet – man måler først med en lille a -værdi, derefter øger man den, mens centeret for opstillingen ikke ændres, og så fremdeles. Man kalder denne type måling for en *elektrisk boring*.

Målingerne er ret nemme at foretage – men fortolkningen er mere svær. Jordlagene er inhomogene, og der er forskellige lag. Derfor skal man foretage komplicerede, teoretiske beregninger af modeller af undergrunden. Disse beregninger vil vi springe over her, og så vil vi i stedet for bruge et færdiglavet regneark med en 2-lagsmodel til at tilpasse jordlags resistiviteter, dybden af øverste jordlag og vores målte $\rho(a)$ -værdier.

Eksperiment – Wennersondering

I dette eksperiment skal du lave en elektrisk boring i et selvvalgt område. Til rådighed har du målebånd, 4 elektroder (pløkker med krokodillenæb), 4 lange ledninger, spændingskilde og 2 multimeter.

Spændingskilden kan du se på illustration 5. Boksen laver en vekselspænding for at undgå ladningsopbygninger i jorden. Den fungerer også som en forstærker, der kan justeres vha. knappen *Gain*. Spændingskilden ensretter spændingsfaldet ved udlæsningen, så *voltmeteret* skal stilles til at måle *jævnspænding*. Voltmeteret skal tilsluttes på den modsatte side af boksen, dvs. på boksens venstre side når du holder boksen med gain-knappen øverst.

Hvis man eksempelvis har et gain på 10, og man aflæser et spændingsfald på 2,75 V, vil det faktiske spændingsfald være 0,275 V.

Amperemeteret skal stilles til at måle *vekselstrøm*, og følsomhedsintervallet kan man starte med at sætte i mA området. (Op til ca. 200 mA.)

Opstil udstyret og lav målinger, så du kan udfylde nedenstående tabel ude i terrænet.



Illustration 5: Spændingskilde, der sender en vekselspænding ud via de to stik til venstre på billedet. De skal forbindes til de røde ledninger, og der skal tilkobles et amperemeter i serie. De gule ledninger skal tilsluttes de to ledninger til højre på boksen. Udstyret er lånt fra geoinstrumentbank.dk.

Teorien er udledt for punktkilder, så hvis $a < 1$ m, skal du ikke stikke pløkkerne ret dybt.

Hver gruppe laver én måleserie et selvvalgt sted. Én gruppe måler på samme sted, som hvor hammerseismikken blev foretaget. (Så har vi en dybde at sammenligne med.)

a (m)	U (mV)	I (mA)
0,03		
0,05		
0,1		
0,15		
0,2		
0,3		
0,5		
0,7		
1		
1,5		
2		
3		
5		
7		
10		
15		

Indtast de tre gruppers måledata i regnearket *Område1Område2Område3.xlsx*. Varier de 2 teoretiske resistiviteter samt den teoretiske dybde h til at fitte de teoretiske $\varrho(a)$ -kurver med de målte.

Diskuter dine resultater og inddrag herunder dine resultater fra hammerseismikøvelsen. **SLUT**